



MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE,
DE LA JEUNESSE
ET DES SPORTS

*Liberté
Égalité
Fraternité*

**Les points à
retenir**

Les guides
fondamentaux
pour enseigner



**La résolution
de problèmes
mathématiques
au cours
moyen**

Lien :

<https://eduscol.education.fr/document/32206/download?attachment>

Marie-Caroline Bouillin. Lyon 7 – La Mulatière

Des questions fréquentes...

Doit-on avoir des leçons sur la résolution de problèmes dans le cahier de référence (cahier de leçons) de mathématiques ?

Oui. Les temps d'institutionnalisation en classe permettent de faire le point sur ce qui a été appris au cours de la séance, mais aussi pendant la séquence. Ce savoir devient alors un savoir de référence qui pourra être réutilisé ultérieurement.

Quels problèmes les élèves de cours moyen doivent-ils savoir résoudre ?

- les problèmes en une étape*
- les problèmes en plusieurs étapes*
- les problèmes atypiques*

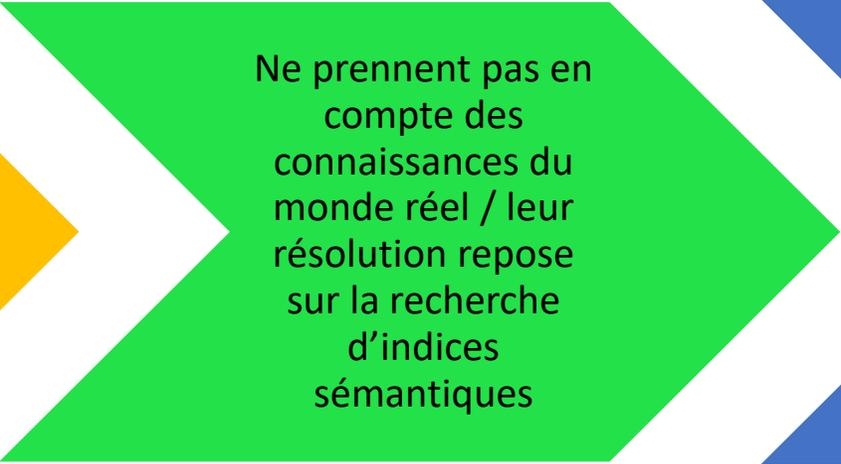
Doit-on apprendre aux élèves à faire des schémas ?

La compétence « représenter » fait partie des compétences que les élèves doivent développer à l'école élémentaire. Les schémas sont souvent indispensables aux élèves pour pouvoir modéliser correctement les problèmes qui leur sont soumis. Quatre types de schémas (schémas en barres, déplacements sur une droite, tableaux, arbres) sont présentés en détail

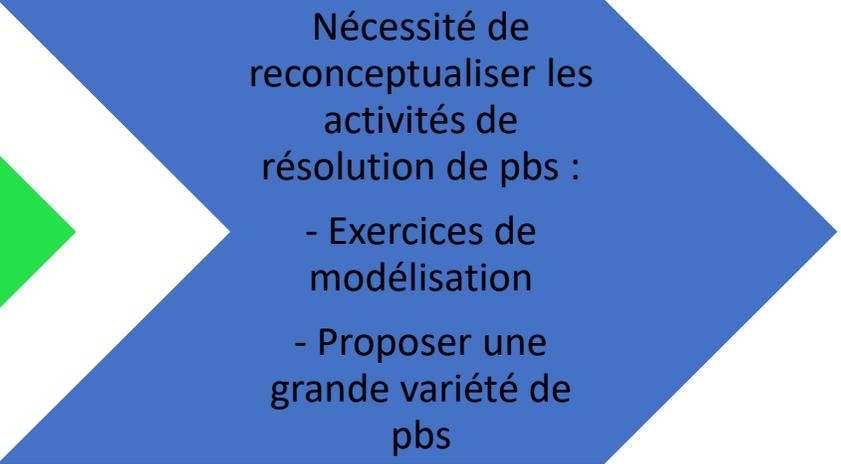
Quelles difficultés ? Quelles propositions ?



Stratégies
inadaptées des
élèves en
résolution de
pbs



Ne prennent pas en
compte des
connaissances du
monde réel / leur
résolution repose
sur la recherche
d'indices
sémantiques



Nécessité de
reconceptualiser les
activités de
résolution de pbs :
- Exercices de
modélisation
- Proposer une
grande variété de
pbs

Compétences clés à développer ?

Connaissances mathématiques

- Être capable d'identifier les nombres en jeu
- Connaître le sens des opérations à mobiliser

Mémoire de pbs similaires

- Capacité à accéder à des situations pertinentes mémorisées : transfert des apprentissages

Aptitudes diverses

- L'attention
- L'engagement actif
- Le retour sur les erreurs
- La consolidation

Quels problèmes apprendre à résoudre au cours moyen ?

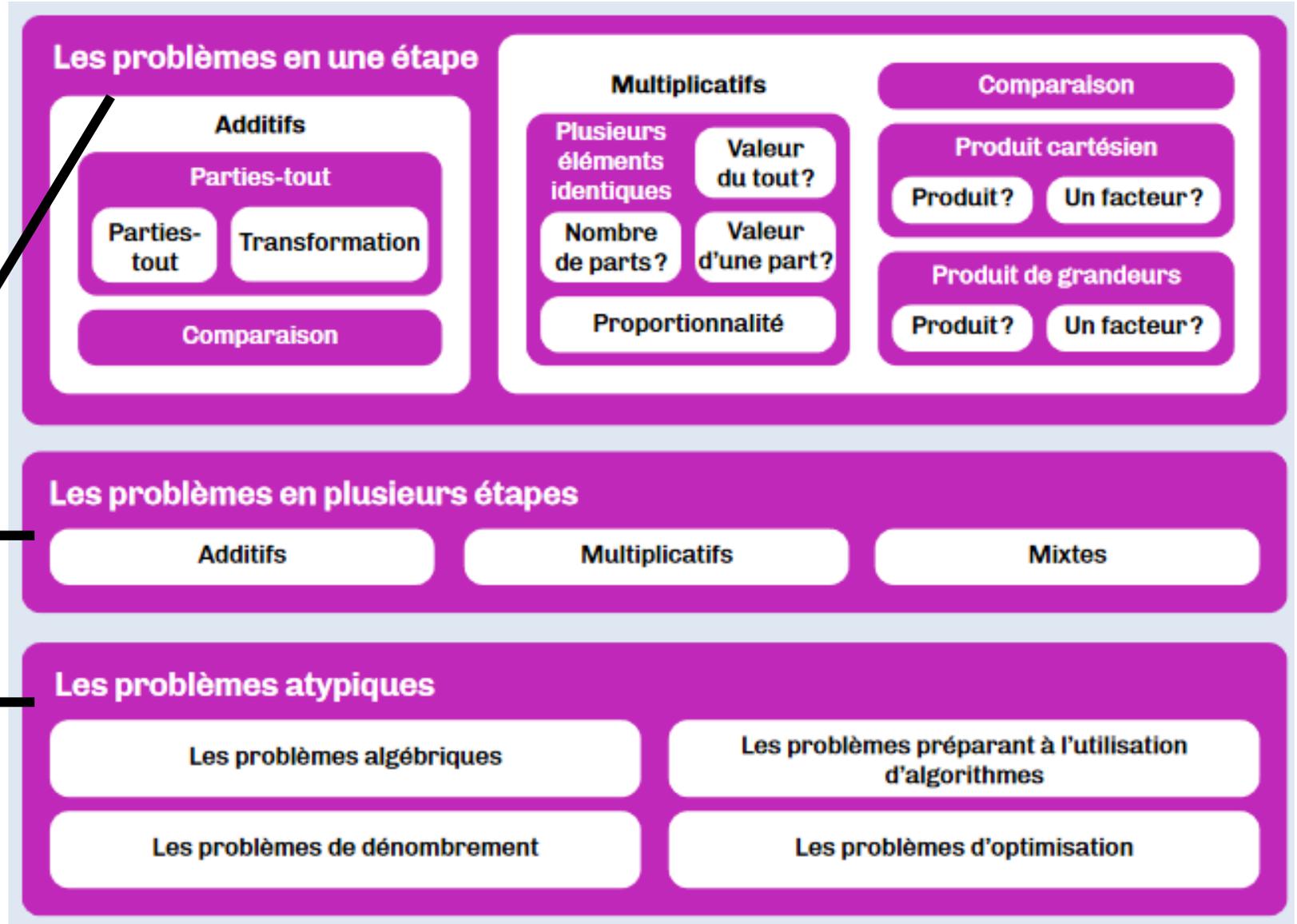
Une catégorisation en trois types de problèmes:



La tâche des élèves doit être de résoudre des problèmes et non de les classer.

La classification est à l'usage de l'enseignant.

(Détails p19 du guide)



(Détails p29 du guide)

(Détails p31 du guide)

Les problèmes en une étape.

Quelques citations importantes...

« Les problèmes en une étape sont les problèmes verbaux à données numériques qui se traitent en effectuant une des quatre opérations (addition, soustraction, multiplication ou division). »p19

- **Problème 1** : « Un massif de fleurs est formé de 60 tulipes rouges et de 15 tulipes noires. Combien y a-t-il de tulipes dans ce massif ? »
- **Problème 2** : « Un massif est formé de 60 rangées, toutes de 15 tulipes. Combien y a-t-il de tulipes dans ce massif ? »
- **Problème 3** : « Un massif de 60 fleurs est composé de tulipes et de 15 jonquilles. Combien y a-t-il de tulipes dans ce massif ? »
- **Problème 4** : « 60 tulipes sont disposées en 15 massifs tous identiques. Combien y a-t-il de tulipes dans un massif ? »

*« Un adulte modélise, de façon quasi-automatisée, ces types de problèmes en s'appuyant sur sa compréhension de la situation, sur ses connaissances mathématiques et sur sa mémoire de modèles de problèmes déjà résolus. **Au cours moyen, ces automatisations sont encore en cours de construction et ont besoin d'être travaillées en faisant des liens explicites avec les problèmes déjà résolus, en s'appuyant notamment sur des schémas qui permettent de mettre en évidence des similitudes structurales entre les problèmes.** »*

Les problèmes en plusieurs étapes.

Quelques citations importantes...

« Les problèmes en plusieurs étapes sont un objectif majeur de l'enseignement de la résolution de problèmes verbaux à données numériques au cours moyen.

Ils permettent de mieux s'assurer d'une compréhension satisfaisante par les élèves du sens des quatre opérations rencontrées à l'école élémentaire. »p29

« La difficulté des problèmes en plusieurs étapes n'est pas la simple somme des difficultés des sous-problèmes en une étape qui les composent. En effet, à cette somme s'ajoute la difficulté de la mise en relation de ces différents sous-problèmes élémentaires. »p29

« Les problèmes en plusieurs étapes, étant donné leur variété, obligent les élèves à élaborer leur propre stratégie conduisant à renforcer leurs habiletés de résolution de problèmes qui s'appuient notamment sur les connaissances développées en résolvant des problèmes en une étape. »p30

« Les problèmes en plusieurs étapes permettent aussi au professeur de mieux évaluer les compétences développées par les élèves, en limitant les faux positifs, c'est-à-dire les bonnes réponses obtenues par hasard ou encore en s'appuyant sur autre chose que la compréhension de la situation. »p30

Les problèmes atypiques.

Quelques citations importantes...

*« Par définition, la catégorie des problèmes atypiques est la plus difficile à circonscrire[...]
Cette catégorie de problèmes est la moins centrale au cours moyen[...]
Le cœur de l'activité de résolution de problèmes au cours moyen est l'apprentissage de la
résolution de problèmes en plusieurs étapes[...].
La résolution des problèmes atypiques doit permettre aux élèves de développer des
compétences transversales, comme l'autonomie, la prise de décisions, la créativité, etc. »*

4 familles de problèmes atypiques :

- les problèmes algébriques p32
- les problèmes de dénombrement p34
- les problèmes préparant à l'utilisation d'algorithmes p35
- les problèmes d'optimisation p38

Qu'est-ce que résoudre un problème ?



Cette présentation linéaire ne doit donc pas conduire à négliger les allers-retours entre chaque phase.

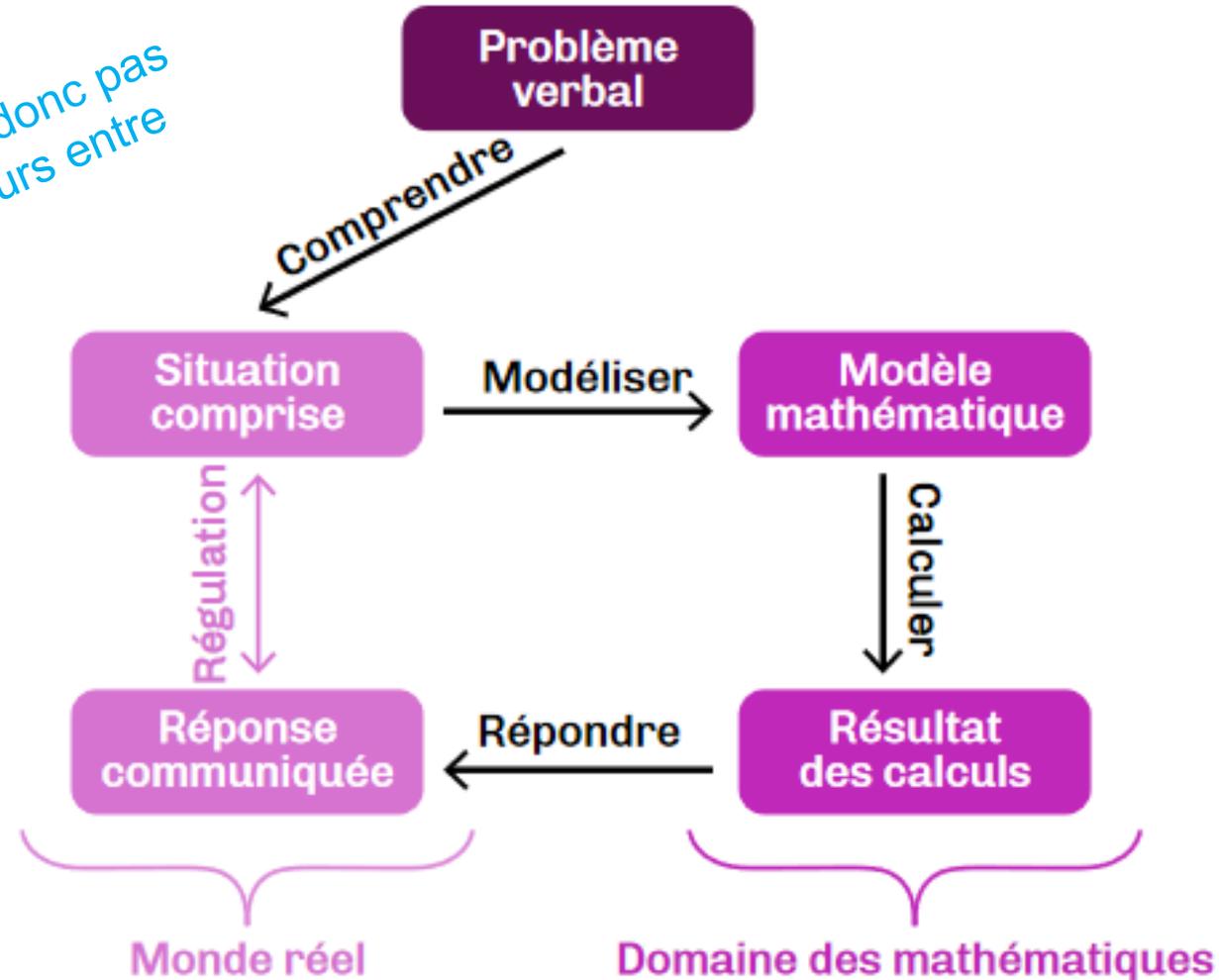


Figure 4. Modèle en quatre phases retenu pour la résolution de problèmes.

COMPRENDRE

La compréhension doit être fine.

« Par exemple, en lisant les phrases « Ambre en a 3 de plus que Nour » ou « Ambre en a 3 fois plus que Nour » dans un problème, il ne suffit pas de comprendre qu’Ambre a plus de ce dont on parle que Nour, mais il faut comprendre précisément le sens des expressions « de plus que » ou « fois plus que » qui change drastiquement la nature de la relation entre les deux cardinaux. » p44

« De nombreux chercheurs considèrent que les élèves ignorent trop souvent le monde réel lors de la résolution de problèmes. Il est donc utile de leur proposer, de temps en temps, des problèmes nécessitant un ancrage fort dans le monde réel. Cela les conduira à prendre un certain recul sur les données numériques en jeu. » p47

MODELISER

C'est déterminer, en s'appuyant sur d'éventuelles représentations (dessins, schémas, tableaux, arbres, etc.), quelles opérations devront être effectuées dans la phase suivante pour répondre à la question posée.

*« La compétence « **représenter** » peut soutenir l'activité de modélisation de l'élève. Elle permet de faire le lien entre le texte du problème et ses caractéristiques mathématiques. »p48*

« Des recherches récentes ont montré que la construction de représentations schématiques s'avère être un dispositif efficace à proposer aux élèves, y compris pour des formes de problèmes jamais rencontrées. Ces recherches ont également mis en avant cette efficacité pour les élèves rencontrant des difficultés en mathématiques. »p49



La compétence « représenter » n'est pas spontanée, elle se travaille grâce à un enseignement structuré, sur plusieurs années.

CALCULER

Il s'agit de la réalisation, par les élèves, des calculs correspondant à la suite d'opérations découlant de la modélisation.

REPONDRE

Attention : cette phase « répondre » est souvent réduite à la demande d'écriture d'une phrase respectant les canons usuels (une phrase complète, qui commence par une majuscule et qui finit par un point, comprenant le nombre solution associé à son unité).

Il ne faut pas négliger la réflexion sur la cohérence de la réponse. (cf p52-53 l'analyse des réponses d'élèves à un problème)

A lire...

***Focus | Analyser les erreurs
des élèves pour adapter
l'aide à leur apporter***

p56 à 63 du guide

Identifier les obstacles à la résolution de problèmes pour les élèves

— **la structure du problème.** Les problèmes en une étape sont d'une difficulté très hétérogène (voir chapitre 1). Les problèmes en plusieurs étapes, qui sont l'objectif principal de l'enseignement de la résolution de problèmes au cours moyen, sont en général plus difficiles que ceux en une étape. Les problèmes atypiques sont les moins connus des élèves et généralement les plus difficiles à résoudre ;

- **Pb en une étape : difficulté selon ce qui est connu et ce qui est à chercher. Plus facile de trouver le tout en connaissant les différentes parties que de retrouver une partie en connaissant le tout et l'autre partie.**
- **Pb à plusieurs étapes : la difficulté augmente avec l'augmentation du nombre d'étapes.**

Identifier les obstacles à la résolution de problèmes pour les élèves

— **le texte de l'énoncé du problème.** Un énoncé de quelques lignes, éventuellement accompagné d'une illustration, peut poser de multiples difficultés de compréhension liées au contexte de l'énoncé, au lexique utilisé, aux représentations que se font les élèves en lisant l'énoncé, etc. ;

- **Il est important de confronter les élèves dès le début du cours moyen à des énoncés de problèmes de plus de deux ou trois lignes sans complexité particulière au-delà de la longueur, afin de leur apprendre à ne pas être déstabilisés par de tels énoncés .**
(La position de la question en début d'énoncé peut être facilitatrice pour certains élèves, en les invitant dès la première lecture à se concentrer sur un objectif précis).
- **Il semble raisonnable de ne pas chercher à illustrer à tout prix les problèmes proposés aux élèves et, lors des choix de manuels, de privilégier ceux ne multipliant pas les illustrations inutiles, aidantes ou même essentielles**

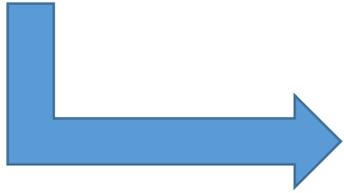
- **La présence de données inutiles : elles ont un effet négatif sur la réussite du traitement du pb. Ces données augmentent la charge cognitive des élèves lors de la résolution rendant plus difficile la compréhension et la modélisation.**
- **En résolution de pbs la tâche de l'élève doit rester celle de résoudre des pbs. Les exercices du type « chercher les données inutiles » sont donc inutiles.**
- **Il est très important de proposer des énoncés dont les termes n'induisent pas forcément l'opération car sinon on risque de passer à côté des élèves qui ne modélisent pas le pb et s'appuient juste sur les mots clés.**

Identifier les obstacles à la résolution de problèmes pour les élèves

- **les nombres en jeu.** Au cours moyen, les élèves rencontrent de nouveaux nombres (grands nombres, fractions, nombres décimaux) avec lesquels ils apprennent à calculer. Leur présence et des écritures de natures différentes dans les problèmes peuvent être sources de difficultés pour de nombreux élèves.

Comment délivrer un enseignement structuré de la résolution de problèmes ?

Construire une progression partagée



Idéalement du cycle 2 au cycle 3 en indiquant :

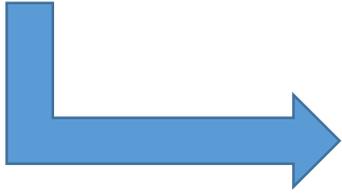
- une liste d'exemples de problèmes en une ou plusieurs étapes que les élèves doivent savoir traiter.
- des objectifs précis concernant les problèmes atypiques que les élèves doivent apprendre à résoudre.
- des éléments sur ce qui est attendu des élèves concernant la compétence « représenter » (construction de schémas).

A lire...

**Focus | Un exemple
d'évaluation commune
proposée en fin de période 3
en CM1**

p87 à 88 du guide

Points de vigilance et propositions



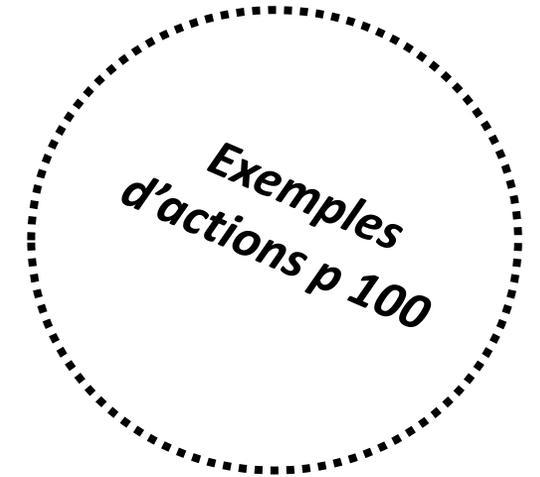
- Rendre visibles les objectifs de la séquence.
- Limiter les échanges sur le pb en amont de la résolution.
- Éviter les séances de résolution de pb centrées sur des sous-tâches (des séances qui ne conduisent pas à résoudre des pbs).
- Éviter des prises de paroles trop fréquentes pendant la résolution.
- Éviter des mises en commun trop longues.



Différencier



- A priori : en amont de la séance lors de la préparation, des problèmes spécifiques selon les élèves.
- Pendant la séance en donnant des informations particulières, en proposant des questions intermédiaires...

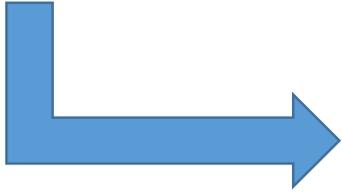


Institutionnaliser



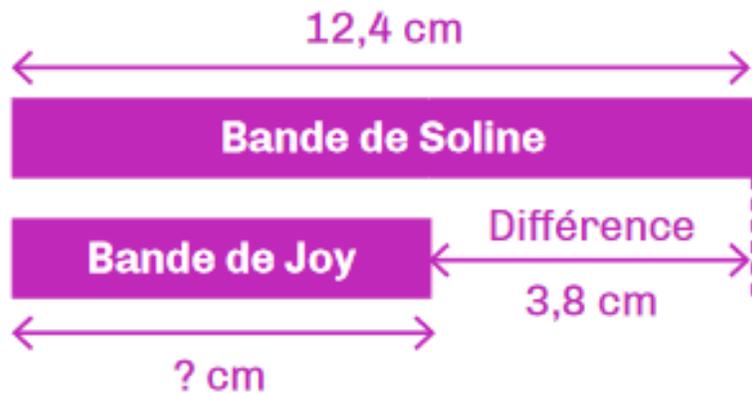
- Rendre visibles les apprentissages au cours d'une séance.
- Veiller à ce que les pbs types proposés restent en nombre limité.

Faire apparaître des structures mathématiques partagées entre les problèmes

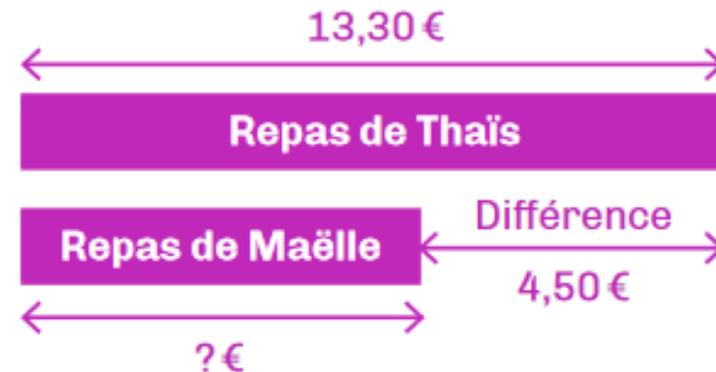


- Permettre aux élèves de percevoir les points communs dans les pbs travaillés.
- L'usage des schémas renforce cette possibilité de mise en évidence.

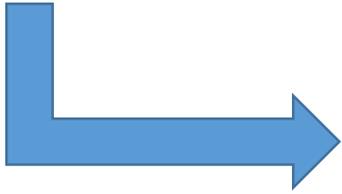
« Le maître a distribué des bandes de papier dont les élèves doivent mesurer la longueur. La bande de papier de Soline mesure 12,4 cm. Elle mesure 3,8 cm de plus que la bande de Joy. Combien mesure la bande de papier de Joy ? »



« Thaïs et Maëlle sont allées acheter un déjeuner dans une sandwicherie. Thaïs a payé 13,30 € pour son déjeuner. Maëlle a payé le sien 4,50 € de moins. Combien Maëlle a-t-elle payé son déjeuner ? »



S'appuyer sur l'évaluation pour renforcer les apprentissages



- Effet positif démontré de petites évaluations courtes mais fréquentes.
- Les évaluations plus longues permettront de vérifier l'aptitude des élèves à réinvestir l'ensemble des acquis.

Enseigner des méthodes de représentation pour modéliser



Problèmes additifs de parties-tout

Lou paie 146,80 € avec sa carte bancaire dans un magasin de bricolage.
Il lui reste maintenant 743,55 € sur son compte en banque.
Combien d'argent Lou avait-elle sur son compte en banque avant son achat ?



Problèmes additifs de comparaison

Selon le site de l'institut national d'études démographiques (Ined), en 2021, il y avait 625 738 000 habitants de plus en Afrique qu'en Europe et le nombre d'habitants en Afrique était de 1 373 486 000.

Quel était, selon l'Ined, le nombre d'habitants en Europe en 2021 ? »



Problèmes multiplicatif de comparaison

Juliette et Ayoub jouent à la bataille avec un jeu de 56 cartes qu'ils ont fabriqué.

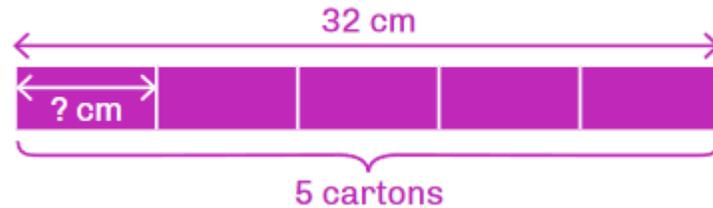
Juliette a sept fois plus de cartes qu'Ayoub.

Combien Ayoub a-t-il de cartes ?



Problèmes multiplicatifs de parties-tout

Inaya souhaite fabriquer cinq invitations pour son anniversaire en découpant une bande de papier cartonné d'une longueur de 32 cm.
 Quelle est la plus grande longueur qu'elle peut choisir pour que toutes les invitations aient la même longueur ?

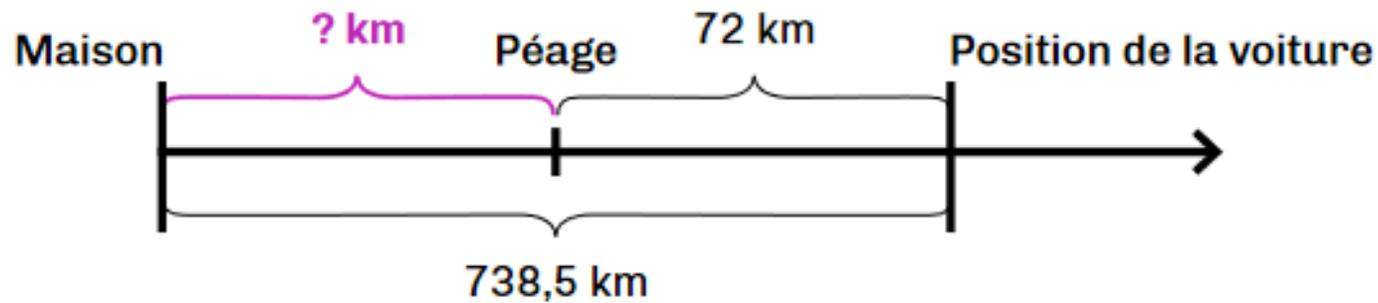


On peut donner ce type de représentations aux élèves

Problèmes...	de parties-tout	de comparaison
additifs	<div style="text-align: center;"> <p>Tout</p> <p>Partie A Partie B</p> </div> <p>Tout = Partie A + Partie B Partie B = Tout - Partie A</p>	<div style="text-align: center;"> <p>Partie A</p> <p>Partie B</p> <p>Différence</p> <p>Tout</p> </div> <p>Différence = Partie A - Partie B Partie A = Partie B + Différence Tout = Partie A + Partie B</p>
multiplicatifs	<div style="text-align: center;"> <p>Tout</p> <p>Part Part Part Part</p> <p>Nombre de parts</p> </div> <p>Tout = Nombre de parts x Part Nombre de parts = Tout ÷ Part Part = Tout ÷ Nombre de parts</p>	<div style="text-align: center;"> <p>A Part</p> <p>B Part Part Part Part</p> <p>N fois</p> <p>Tout</p> </div> <p>$B = N \times A$ $A = B \div N$ et $N = B \div A$ Tout = A + B</p>

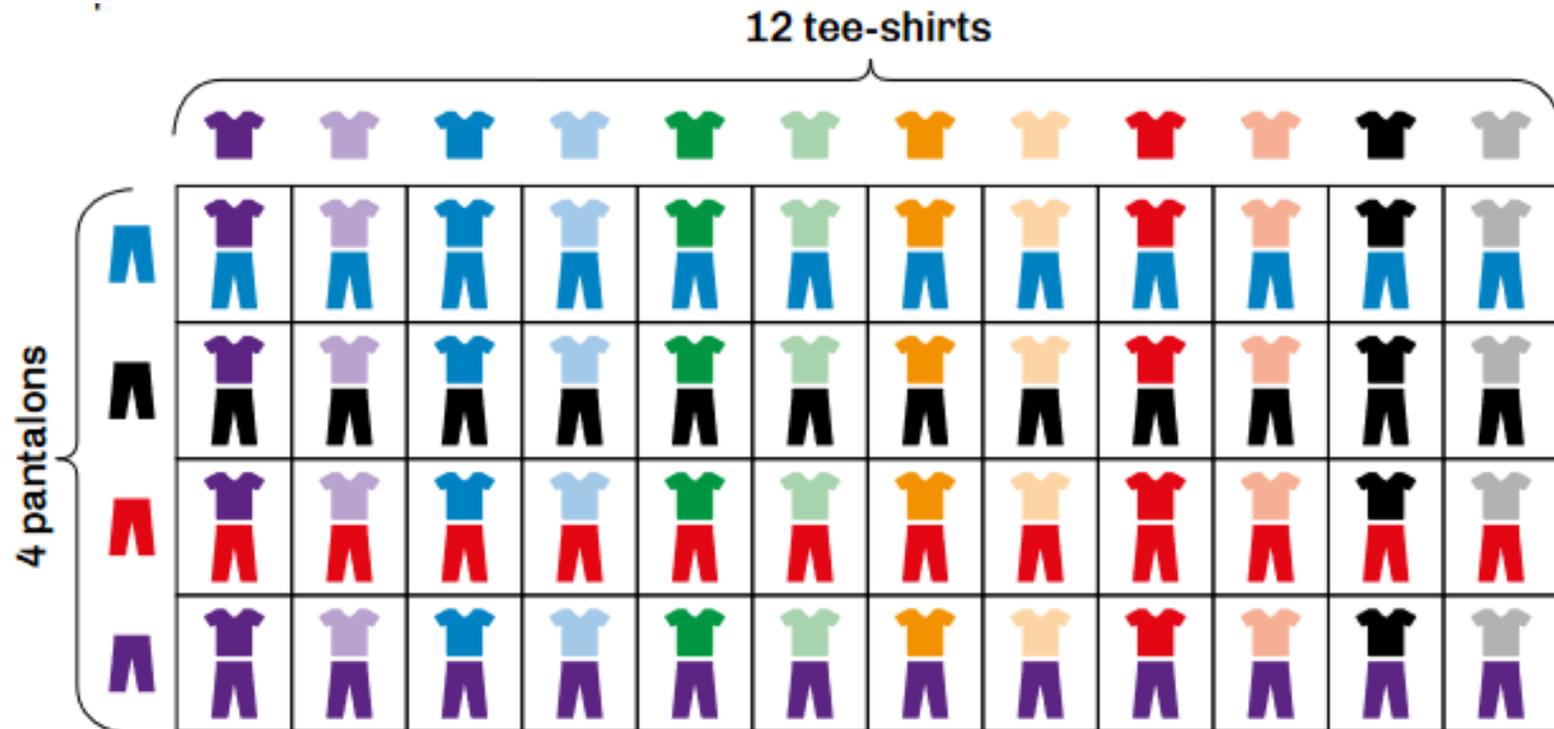
SCHEMA REPRESENTANT UN DEPLACEMENT SUR UNE DROITE

« Léa a parcouru 72 km depuis le péage de l'autoroute. Elle a maintenant parcouru 738,5 km depuis qu'elle a quitté sa maison.
Quelle distance y a-t-il entre sa maison et le péage de l'autoroute ? »



LES TABLEAUX

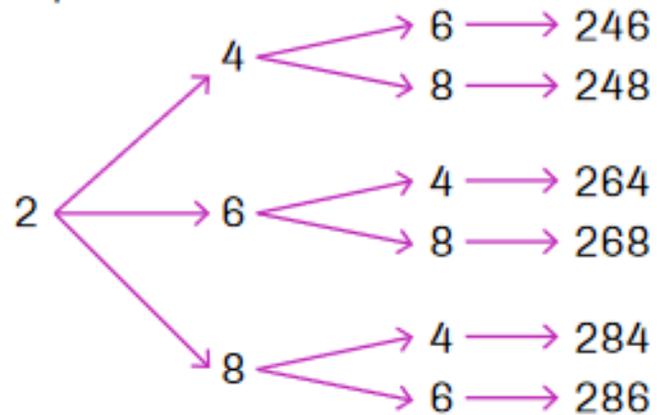
« Une poupée est livrée avec 4 pantalons et 12 tee-shirts.
De combien de façons est-il possible d'habiller la poupée ? »



LES ARBRES

« Combien peut-on écrire de nombres à trois chiffres commençant par le chiffre 2 et en utilisant au plus une fois les chiffres 2, 4, 6 et 8 ? »

Un arbre permet de trouver rapidement les six solutions qui conviennent, en étant convaincu qu'il n'en existe pas d'autres.



A lire...

Focus | Exemples de résolution de problèmes de cours moyen avec des fractions en utilisant des schémas en barres

p126 à 129 du guide