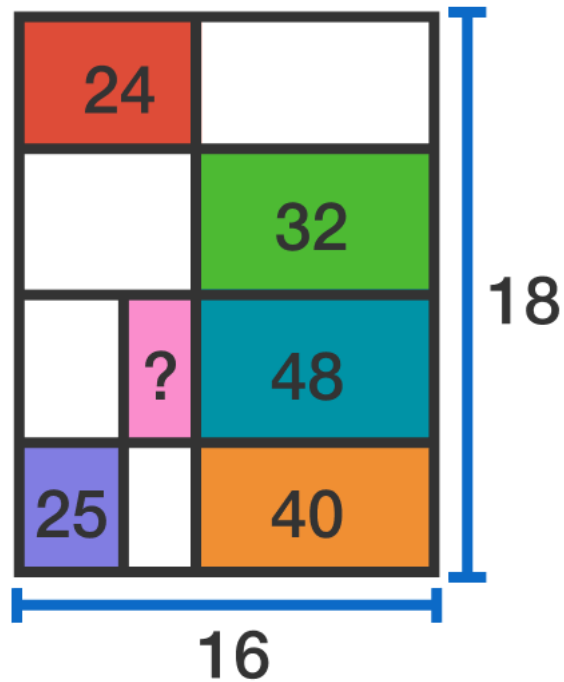


Quelle est la mesure de l'aire de la surface rose ?



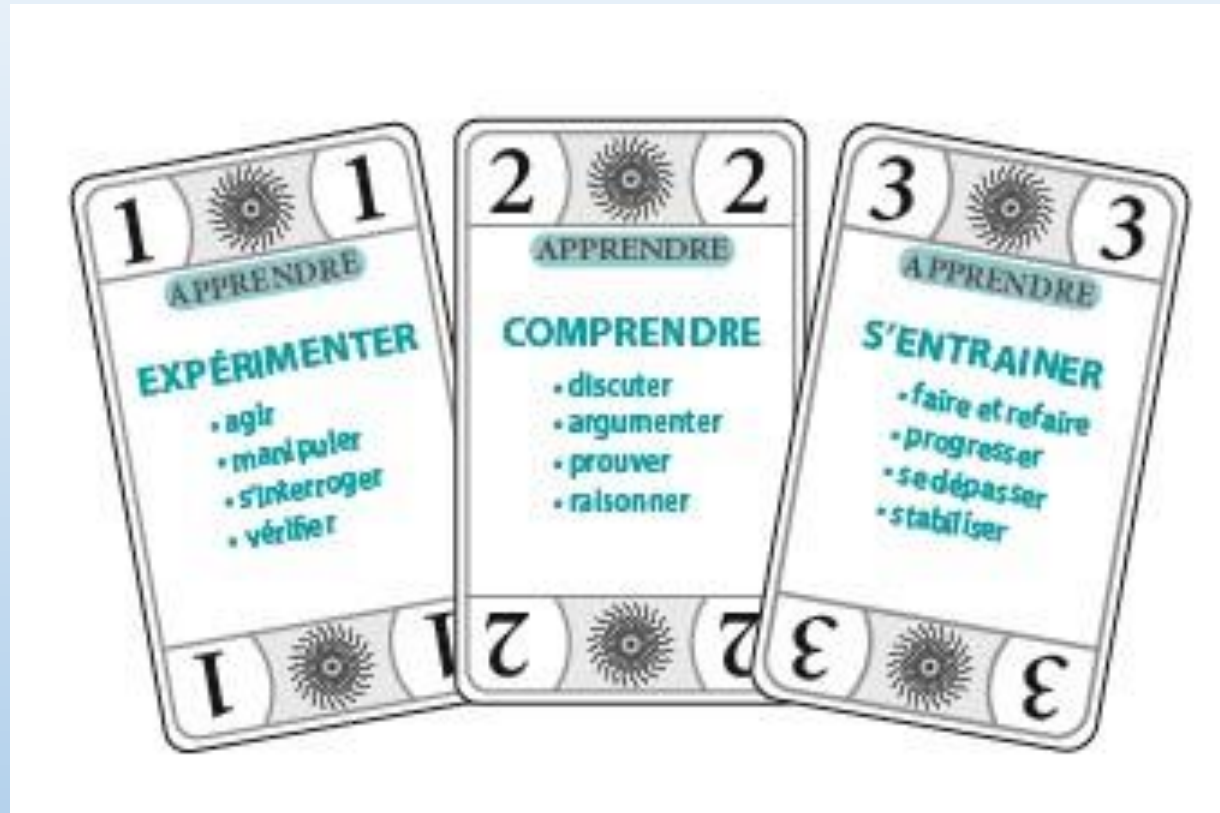
# Des clefs pour apprendre en mathématiques

créer des conditions d'apprentissage et  
d'enseignement apaisées



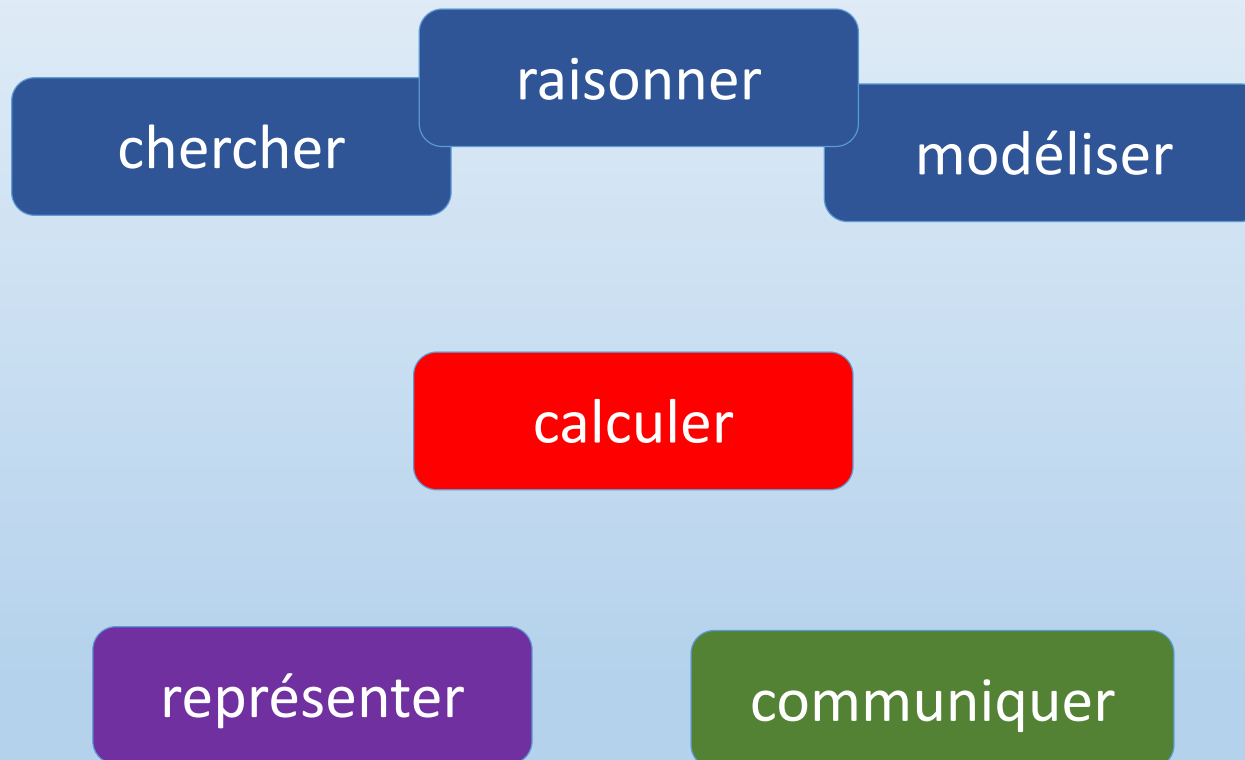
Thierry Dias  
*Haute Ecole Pédagogique de Lausanne*  
thierry.dias@hepl.ch

# 3 atouts pour apprendre



Des atouts qui nécessitent un environnement dédié et propice aux apprentissages

# Six compétences clés en mathématiques



# Démarches d'apprentissage en mathématiques des modèles:

**Concrete – Pictural – Abstraction**

Développement cognitif : représentation

**Action – Formulation – Validation – Institutionnalisation**

Caractéristiques des situations didactiques

**Agir – Dire – Prouver - Retenir**

Séquençage pédagogique

# Démarches d'apprentissage en mathématiques

## Une chronologie nécessaire

### Manipuler

Enaction  
Embodied cognition  
Concrete

### Expériences sensorielles

Interaction avec l'environnement  
Perception : gestes et corps  
Construction de schèmes opératoires

### Représenter

Pictural, iconic  
Signes, symboles  
Dessin

### Registres de représentation

Dessiner, reproduire, schématiser  
Expression iconique puis symbolique

### Raisonner

Comprendre  
Abstraire  
Verbaliser

### Cognition, conceptualisation

Mettre en mots et faire  
fonctionner ses connaissances



Action, liberté,  
autonomie



Structure,  
sens

**observation** : perception/compréhension  
**association** : faire des liens  
**expression** : narrer, organiser

« Aide-moi à faire tout seul. »

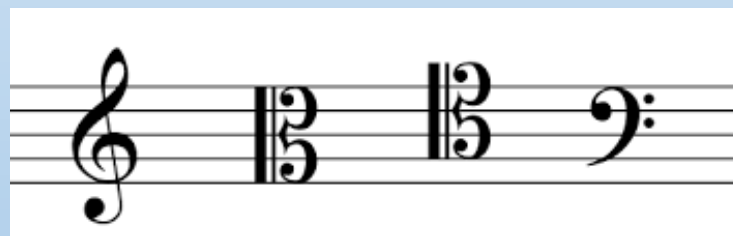
Quels choix didactiques pour enseigner ?

Créativité,  
originalité



Adaptation : l'école  
sur mesure

# Quatre clefs pour créer des conditions d'apprentissage et d'enseignement apaisées







Le jeu

Utiliser ses connaissances

La recherche

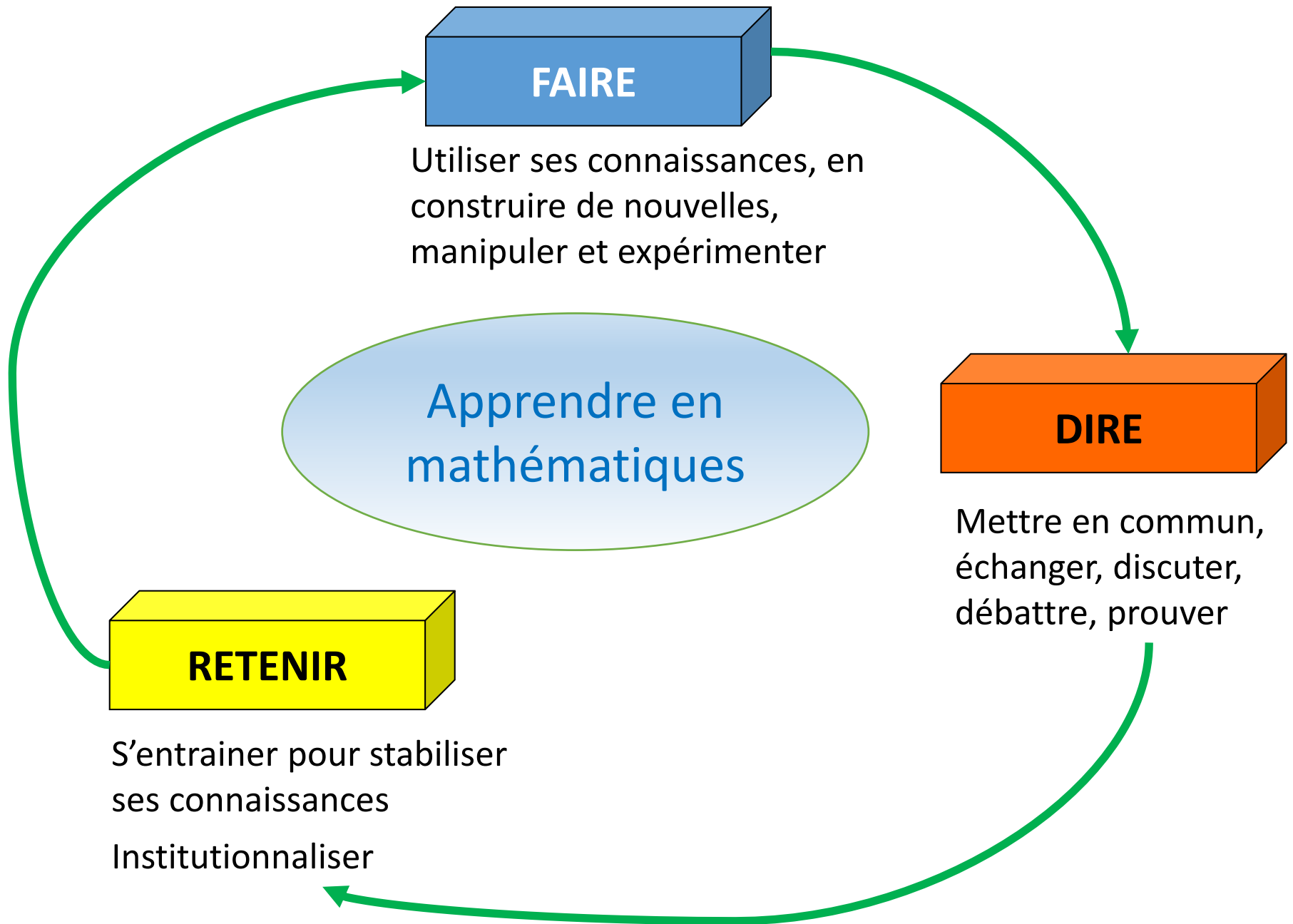
Construire de nouvelles connaissances

Des rituels

Stabiliser ses connaissances

Des histoires

Mettre en lien ses connaissances



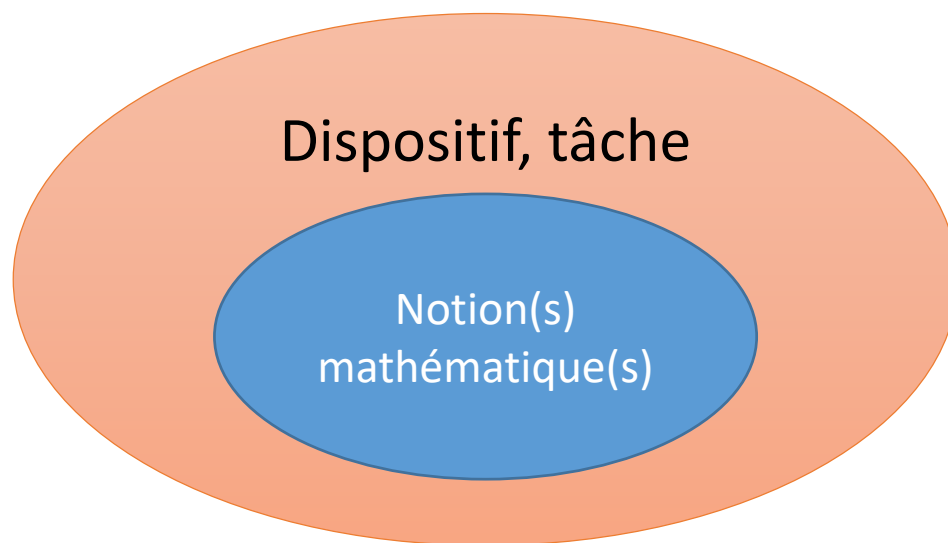
# La clef n° 1 : JOUER

- utiliser ses connaissances pour agir, décider et convaincre
- développer la motivation et l'autonomie
- comprendre et utiliser des règles

## programmes de l'école élémentaire (2015)

Les élèves travaillent notamment en étant confrontés à des situations conservant le plus souvent possible un caractère ludique. En effet, certains jeux adéquatement choisis et mis en œuvre permettent d'initier et/ou d'approfondir le travail mathématique à mener.

Le jeu, en tant que situation d'apprentissage n'est pas le cœur de la préparation de l'enseignant.



*En didactique, l'interprétation des activités en termes de jeux n'a de valeur et d'utilité que si on spécifie la connaissance à laquelle on s'intéresse et le jeu ou la situation qui lui est spécifique.*

(Brousseau, 2010)

# La pratique du jeu en classe

- proposer une activité **adaptée** aux connaissances disponibles,
- permettre la **participation** du plus grand nombre,
- privilégier la **collaboration** à la confrontation,
- repérer des **objectifs d'apprentissage**,
- assurer un **climat de classe** propice et réglementé,

# Des jeux pour utiliser et stabiliser ses connaissances

*Objectif principal : mettre en actes des connaissances*

# Des jeux de mémoire... et d'attention !

*Mémoriser les nombres en couleur dans un tableau*



# Petit tableau et 4 nombres

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39

Vous avez 5 secondes !

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39

À vous de jouer !

# Vérification

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39

# Petit tableau et 5 nombres

Vous avez 5 secondes !

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39

À vous de jouer !

# Vérification

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39

# Tableau plus grand et 5 nombres

Vous avez 10 secondes !

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69



À vous de jouer !

# Vérification

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69

# Grand tableau et 6 nombres

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

**Vous avez 10 secondes !**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	<b>13</b>	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	<b>29</b>
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	<b>41</b>	42	43	44	45	46	<b>47</b>	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	<b>73</b>	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	<b>86</b>	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

À vous de jouer !

# Vérification

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

# On essaye avec 7 nombres ?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

**Vous avez 10 secondes !**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	<b>27</b>	28	29
30	<b>31</b>	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	<b>43</b>	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	<b>58</b>	59
60	61	62	63	64	65	66	<b>67</b>	68	69
70	71	72	73	74	75	<b>76</b>	77	78	79
<b>80</b>	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99



À vous de jouer !

Alors ? Combien en avez-vous retenu ?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	<b>27</b>	28	29
30	<b>31</b>	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	<b>43</b>	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	<b>58</b>	59
60	61	62	63	64	65	66	<b>67</b>	68	69
70	71	72	73	74	75	<b>76</b>	77	78	79
<b>80</b>	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

# La clef n° 2 : CHERCHER

- affronter l'incertitude et la nouveauté
- apprendre avec l'expérience et la manipulation
- découvrir et construire des connaissances
- questionner, résoudre et vérifier

# Apprendre en mathématiques c'est :

- franchir des obstacles,
- recommencer,
- et avoir envie de le faire...



L'élève apprend en s'adaptant à un milieu\* composé de plusieurs difficultés, de déséquilibres. (Brousseau 98)

Grace aux nombres négatifs  
je sais que :  $2 - 3 = -1$

Le plus petit nombre est 0

donc  $(2 - 3)$  est impossible

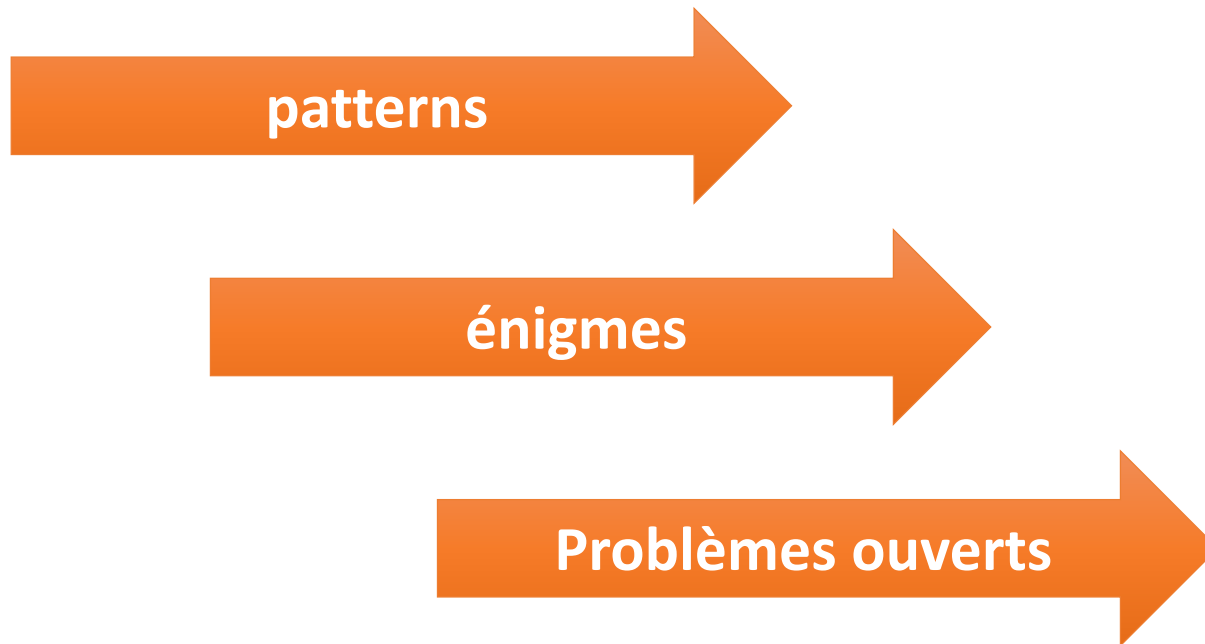
Etayage  
nécessaire de  
l'enseignant

Il existe des nombres  
plus petits que 0



## Apprendre à chercher :

- Plusieurs types de tâches
- Diversité des dispositifs sociaux
- Environnement matériel



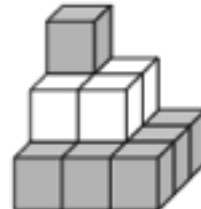
trouver la règle...

**124 - 112 - 101 - 91 - 82**

74

67

# trouver la règle...



?

1

2

3

.....

6

**1 cube :**  
1 gris  
0 blanc

**5 cubes :**  
1 gris  
4 blancs

**14 cubes :**  
10 gris  
4 blancs

91 cubes  
35 gris  
56 blancs



trouver la règle...

Quel sera le dernier nombre de cette suite ?  
Pourquoi ?

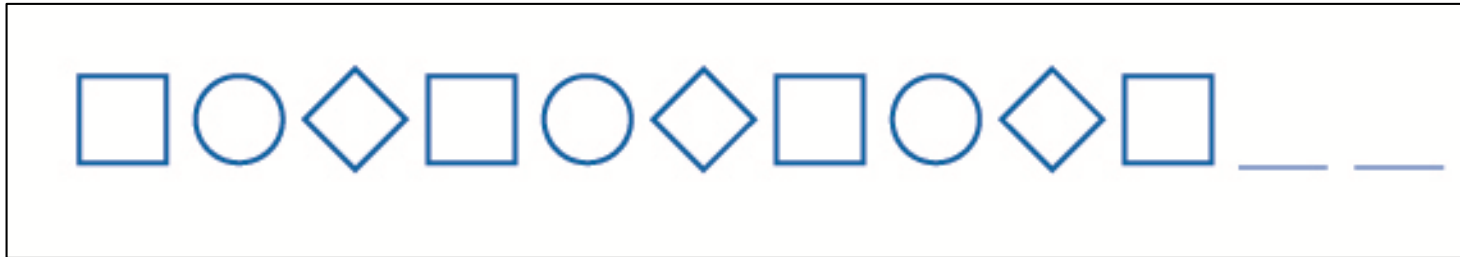
973 - 189 - 72 - 14 - 4

La 29<sup>ème</sup> figure sera-t-elle un carré ou un cercle ?



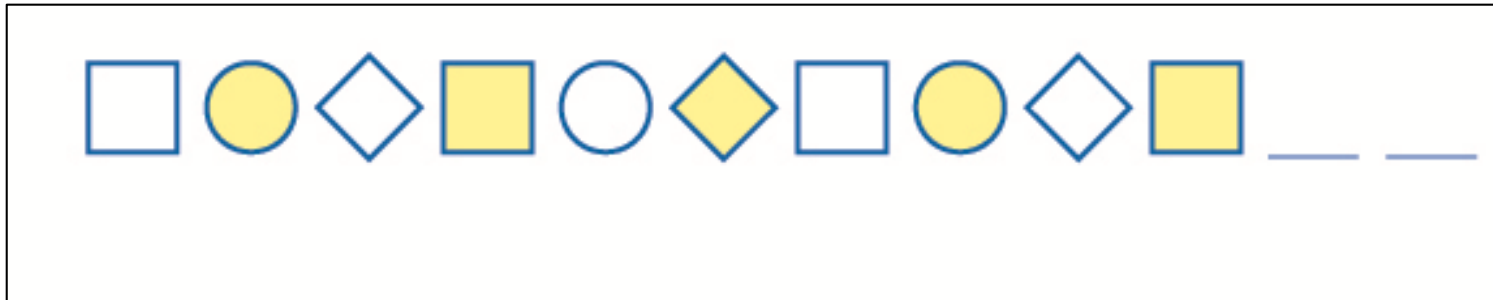
carré

Quelle sera la 29<sup>ème</sup> figure ?



cercle

Quelle sera la 34<sup>ème</sup> figure ?  
Sera-t-elle blanche ou jaune ?



Carré  
jaune

La 61<sup>ème</sup> figure sera-t-elle un carré ou un cercle ?

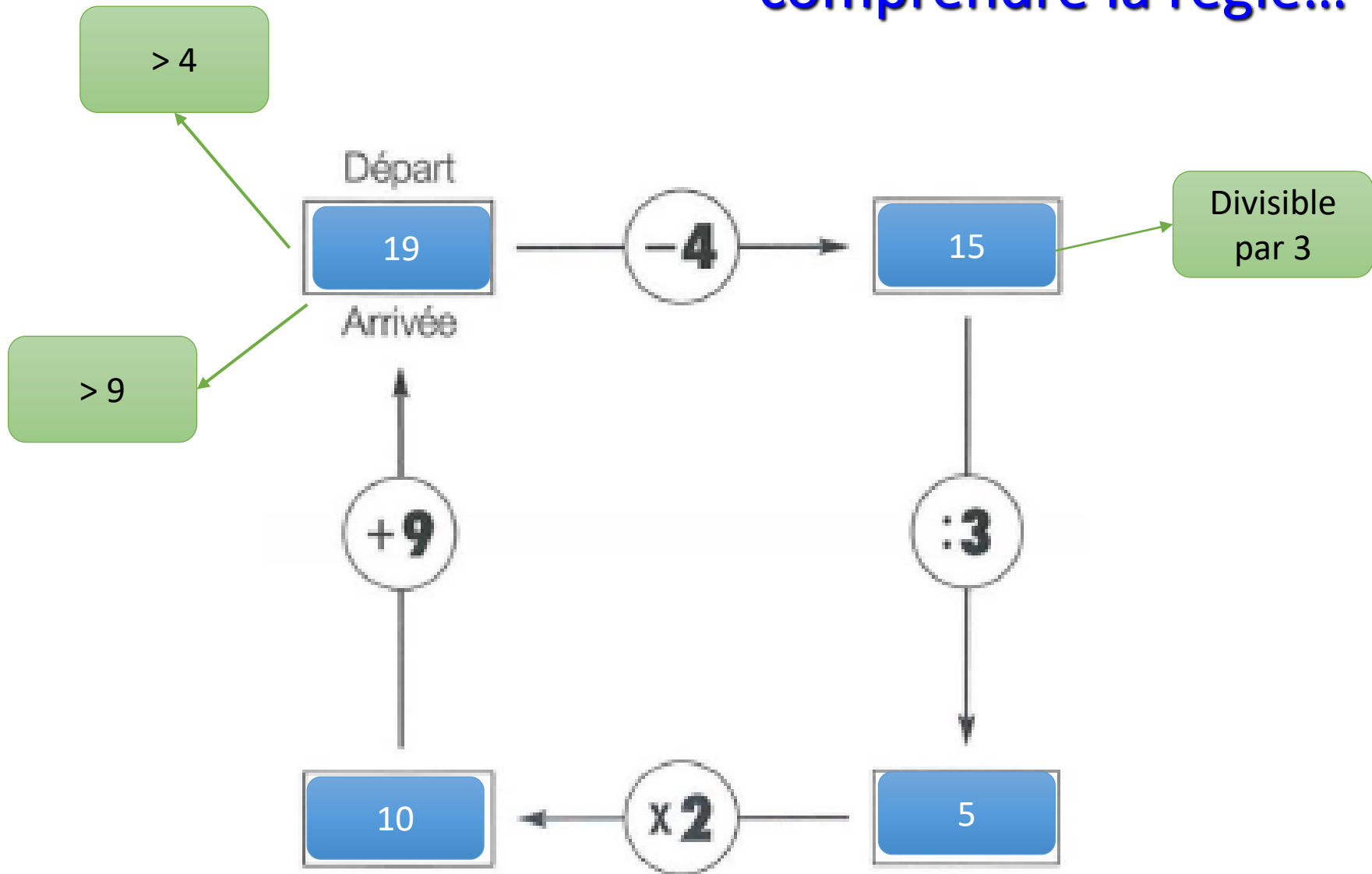
Combien de cercles y aura-t-il avant la 61<sup>ème</sup> figure ?



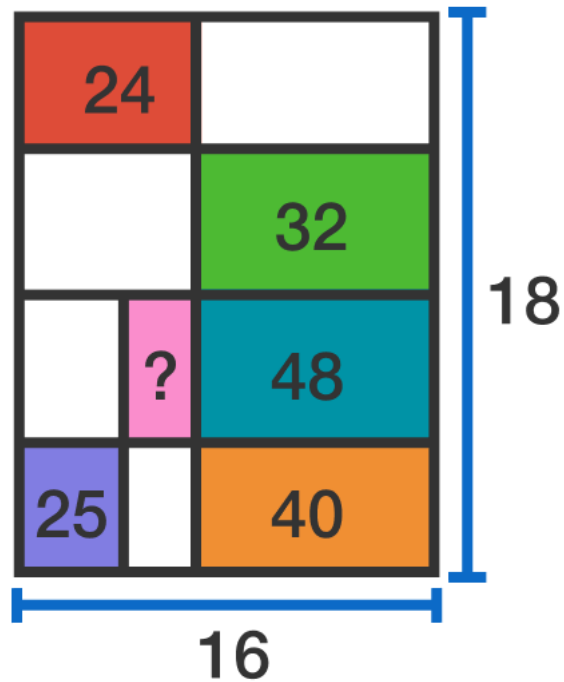
Carré

36

# comprendre la règle...



Quelle est la mesure de l'aire de la surface rose ?



# des bananes dans le désert



Dans un désert de 1000 km, il faut transporter 3000 bananes avec un chameau ne pouvant porter que 1000 bananes sur son dos.

On sait qu'il consomme 1 banane par km parcouru.

exemple : 100 km parcourus = 100 bananes consommées

*Quel est le plus grand nombre de bananes que vous pouvez amener au bout du désert ?*



## La clef n° 3 : RITUALISER

- s'entraîner pour stabiliser ses connaissances
- répéter, recommencer sans lassitude
- réviser, rebrasser

## Un rituel : pourquoi ?

- Gagner de l'aisance, de la facilité, de la fluidité grâce à la répétition.
- Acquérir des automatismes grâce à la fréquence du dispositif (fondamental en mathématiques).
- Réviser, faire fonctionner ses connaissances, s'entraîner.

# Un rituel : comment ?

Trois caractéristiques majeures pour la mise en œuvre en classe :

**REGULARITE**

**REPETITION**

**REGLES**

ritualiser un dispositif de calcul rapide

Répondre en utilisant les lettres de A à G

<b>A</b> $2 + 1$	<b>B</b> $4 \times 1$	<b>C</b> $4 + 1$	<b>D</b> $4 - 1$	<b>E</b> $10 - 1$	<b>F</b> $11 - 9$	<b>G</b> $3 \times 2$
---------------------	--------------------------	---------------------	---------------------	----------------------	----------------------	--------------------------

**2**   **9**   **4**   **5**   **6**

ritualiser un dispositif de calcul rapide :

Répondre en utilisant les lettres de A à G

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>
$2 + 1$	$4 \times 2$	$2 - 1$	$4 - 1$	$10 - 4$	$13 - 5$	$3 \times 2$

<b>1</b>	<b>8</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>6</b>
----------	----------	----------	----------	----------

ritualiser un dispositif de calcul rapide :

Répondre en utilisant les lettres de A à G

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>
<b>4 x 6</b>	<b>10 : 2</b>	<b>3 x 8</b>	<b>18 - 9</b>	<b>12 : 4</b>	<b>3 + 2</b>	<b>1 x 3</b>

<b>9</b>	<b>3</b>	<b>9</b>	<b>5</b>	<b>24</b>
----------	----------	----------	----------	-----------

# Développer l'observation et l'attention dans un rituel



Sel ou poivre ou les deux ?



**Un exemple de rituel en géométrie**

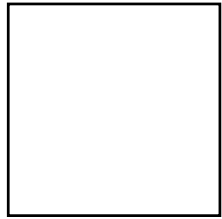
**Liens avec les programmes :**

Compétence visée : chercher, représenter

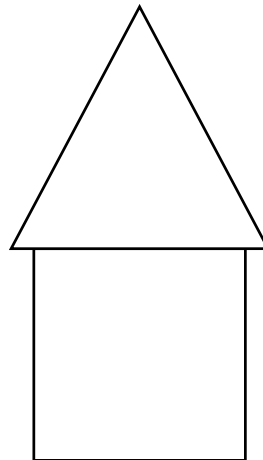
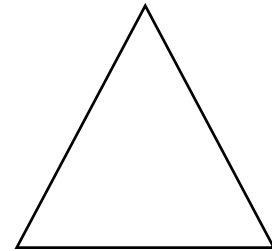
Compétence spécifique :

Distinguer des figures géométriques simples

# MATHS-QUIZZ



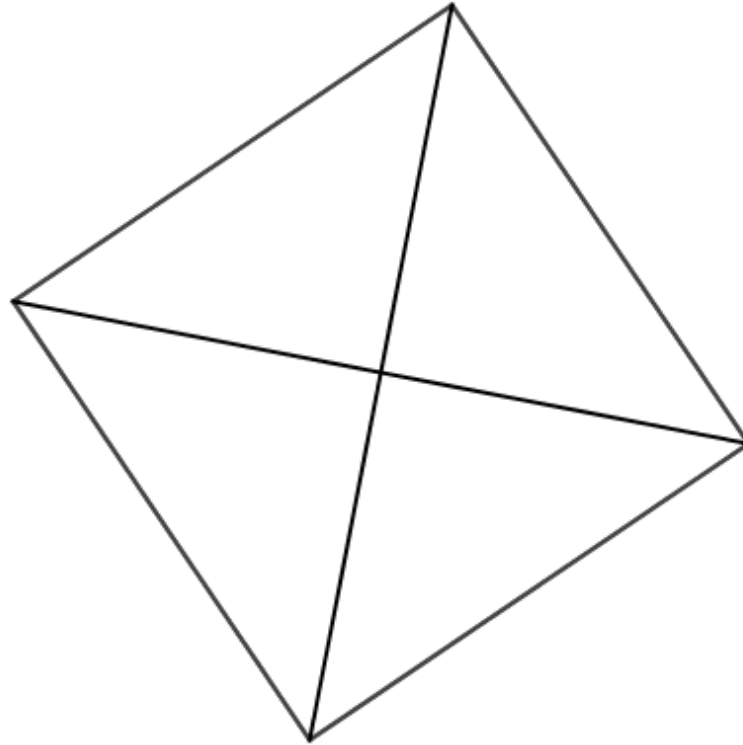
Prêtes ? Prêts ?



# Semaine 1

lundi

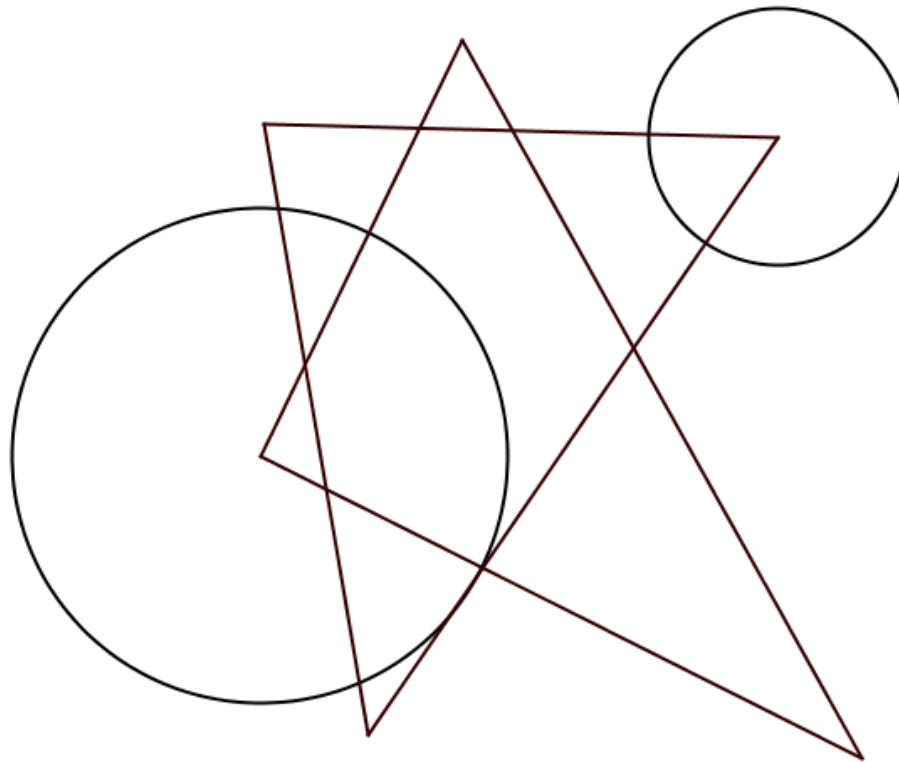
Carré ?  
Triangle ?  
Les deux ?



# Semaine 1

mardi

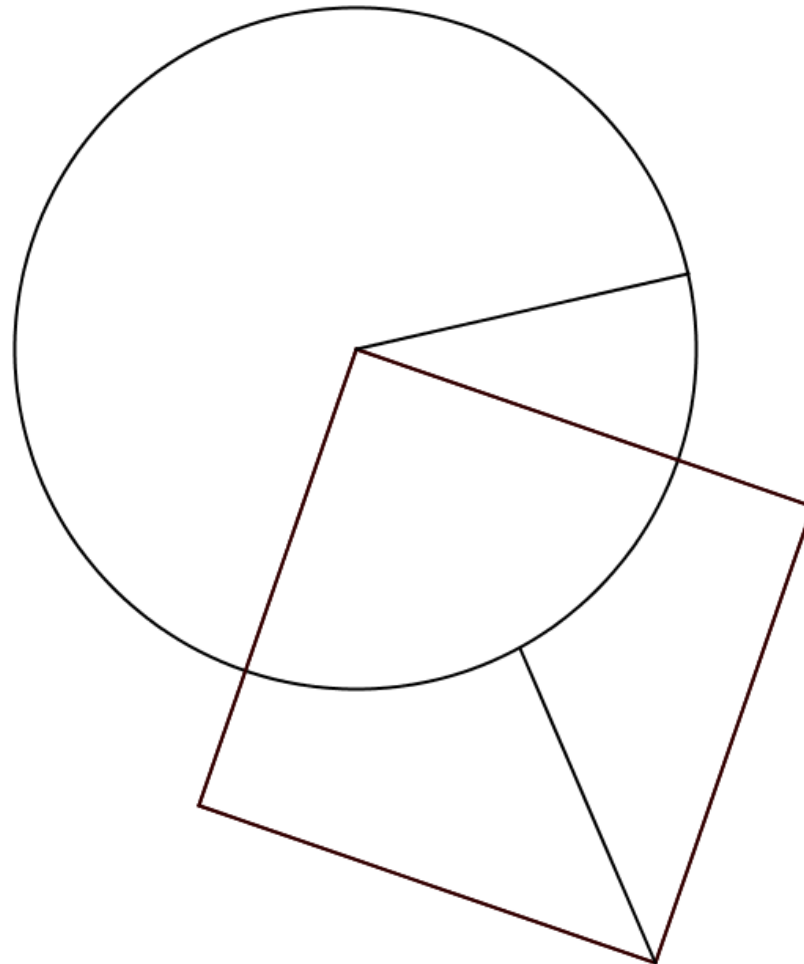
Carré ?  
Triangle ?  
Les deux ?



# Semaine 1

mercredi

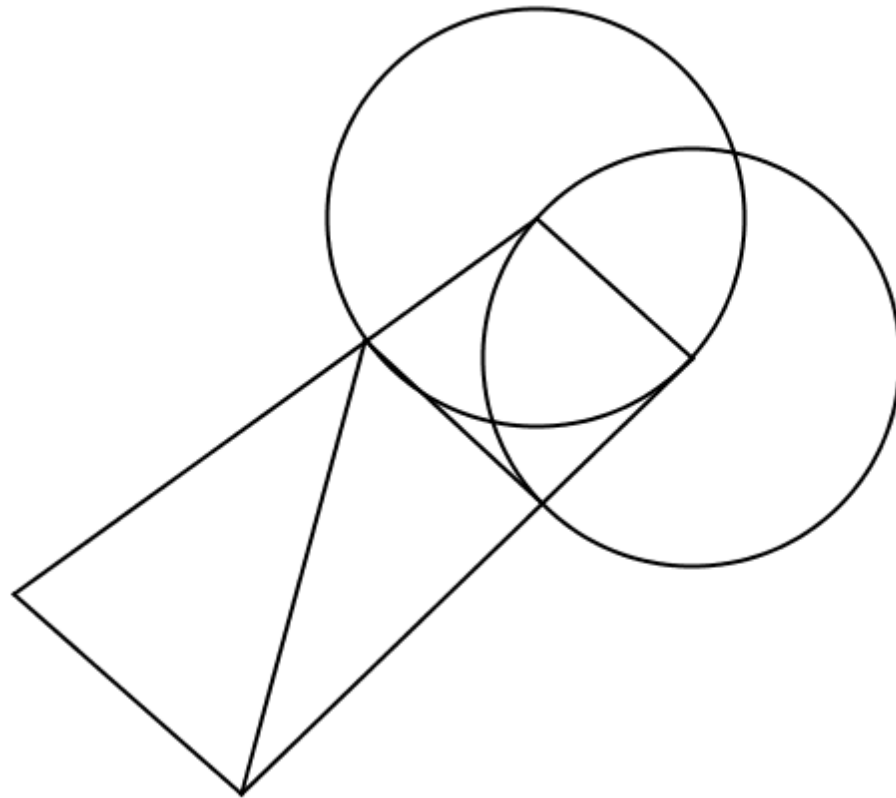
Carré ?  
Triangle ?  
Les deux ?



# Semaine 1

jeudi

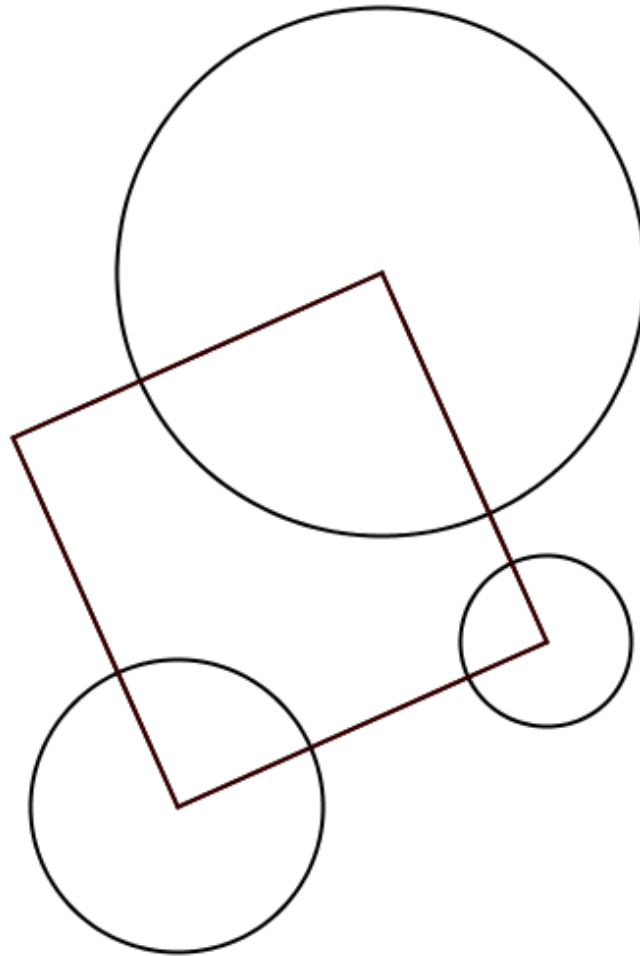
Carré ?  
Triangle ?  
Les deux ?



# Semaine 1

vendredi

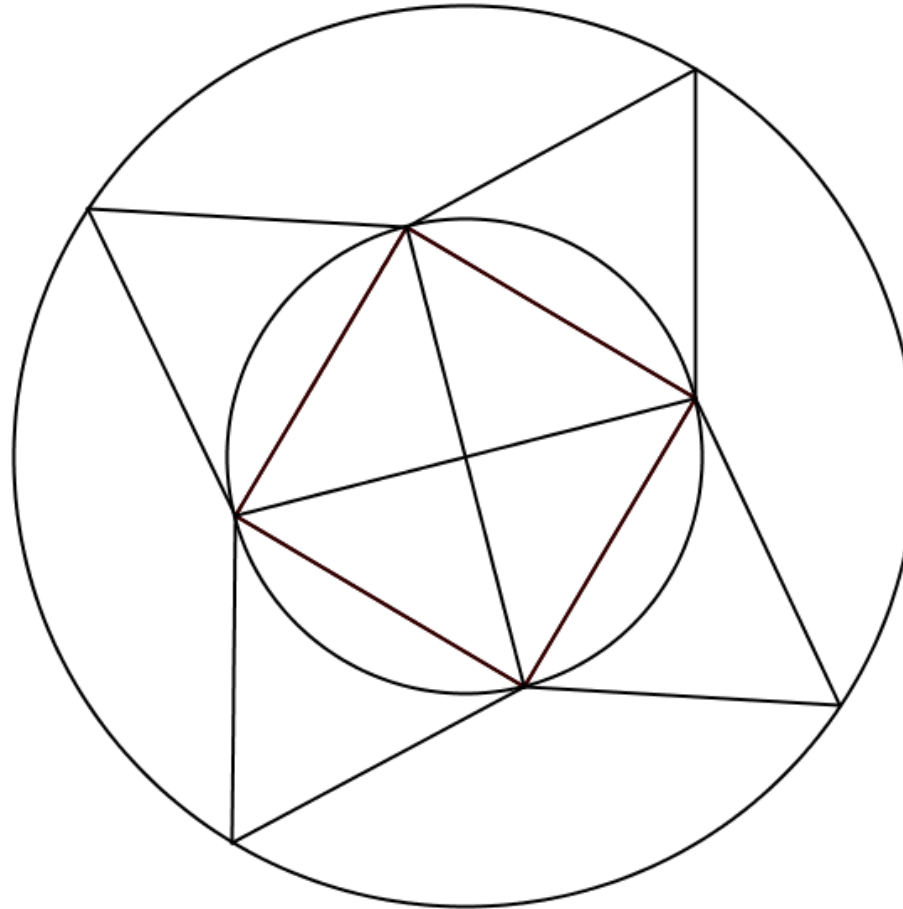
Carré ?  
Triangle ?  
Les deux ?



# Semaine 1

Bonus !

Carré ?  
Triangle ?  
Les deux ?





# MATHS-QUIZZ

Carré ?

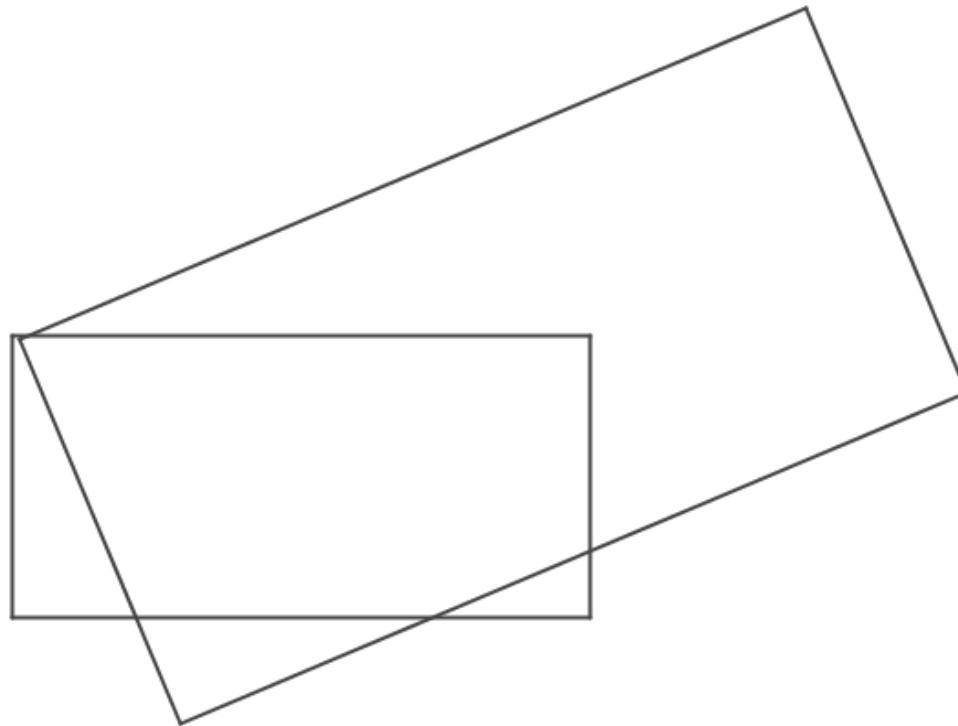
Rectangle ?

Les deux ?

# Semaine 2

lundi

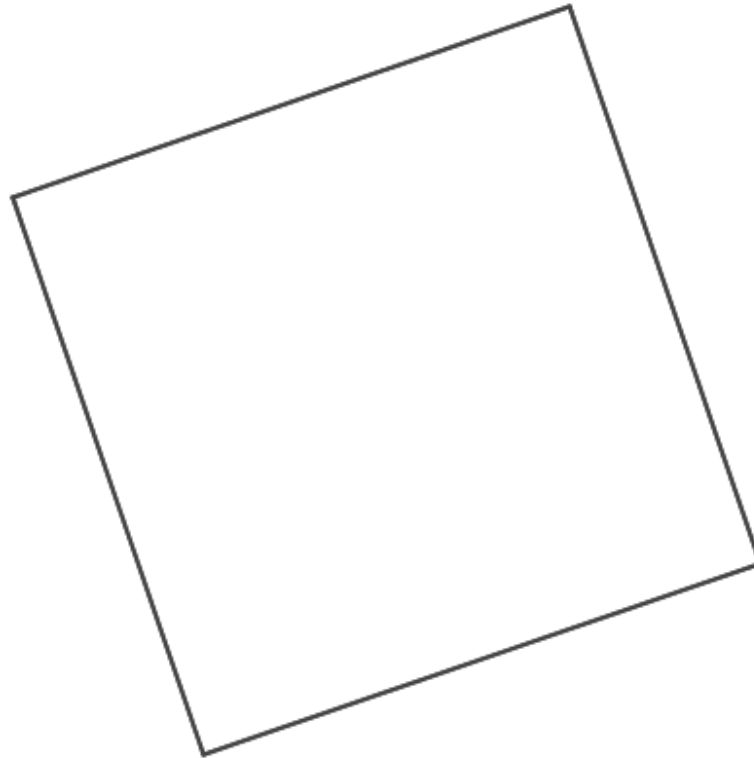
Carré ?  
Rectangle ?  
Les deux ?



# Semaine 2

mardi

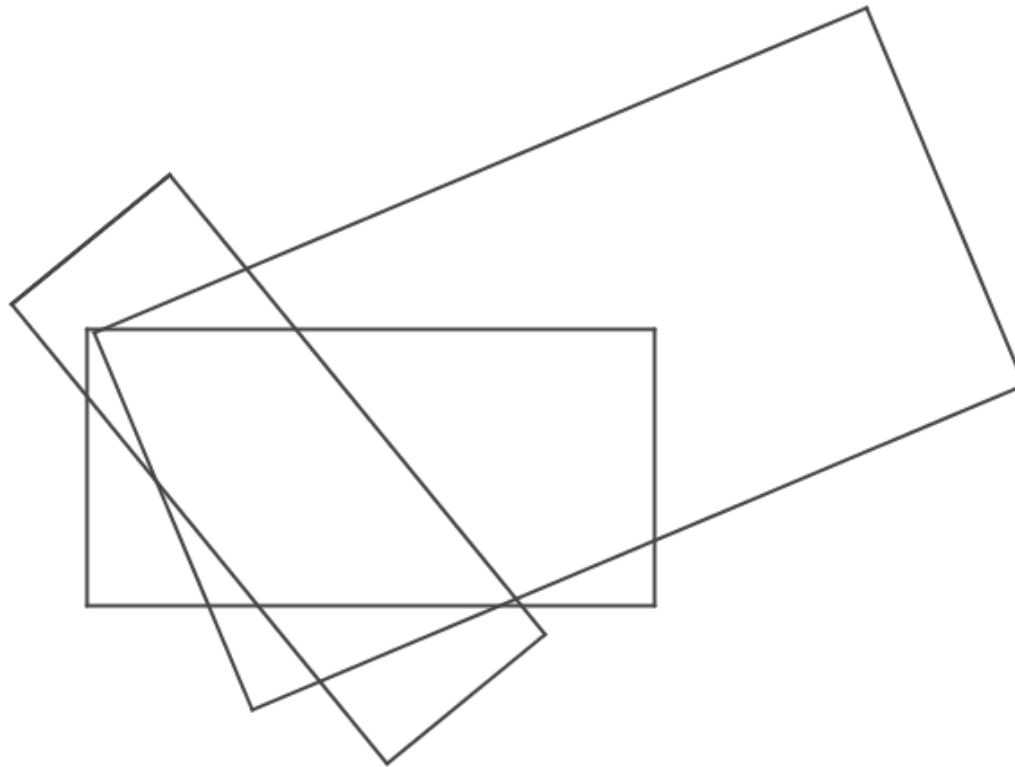
Carré ?  
Rectangle ?  
Les deux ?



# Semaine 2

mercredi

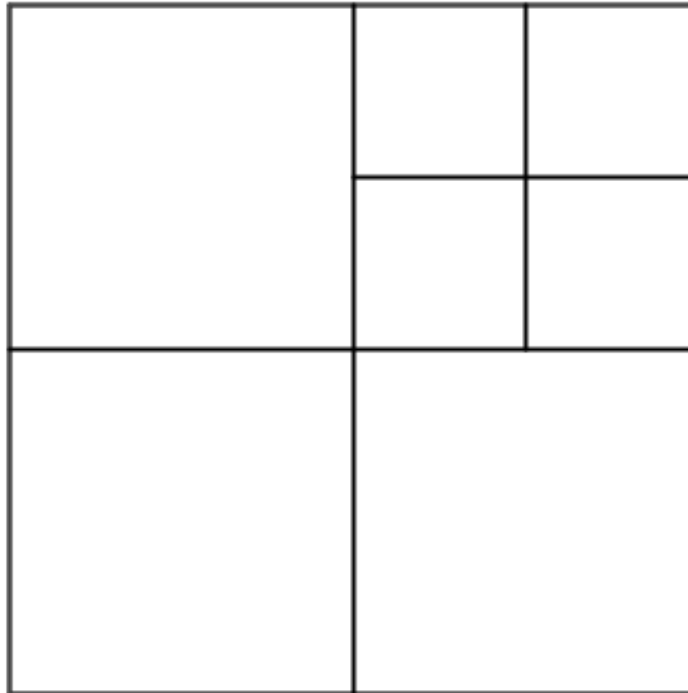
Carré ?  
Rectangle ?  
Les deux ?



# Semaine 2

jeudi

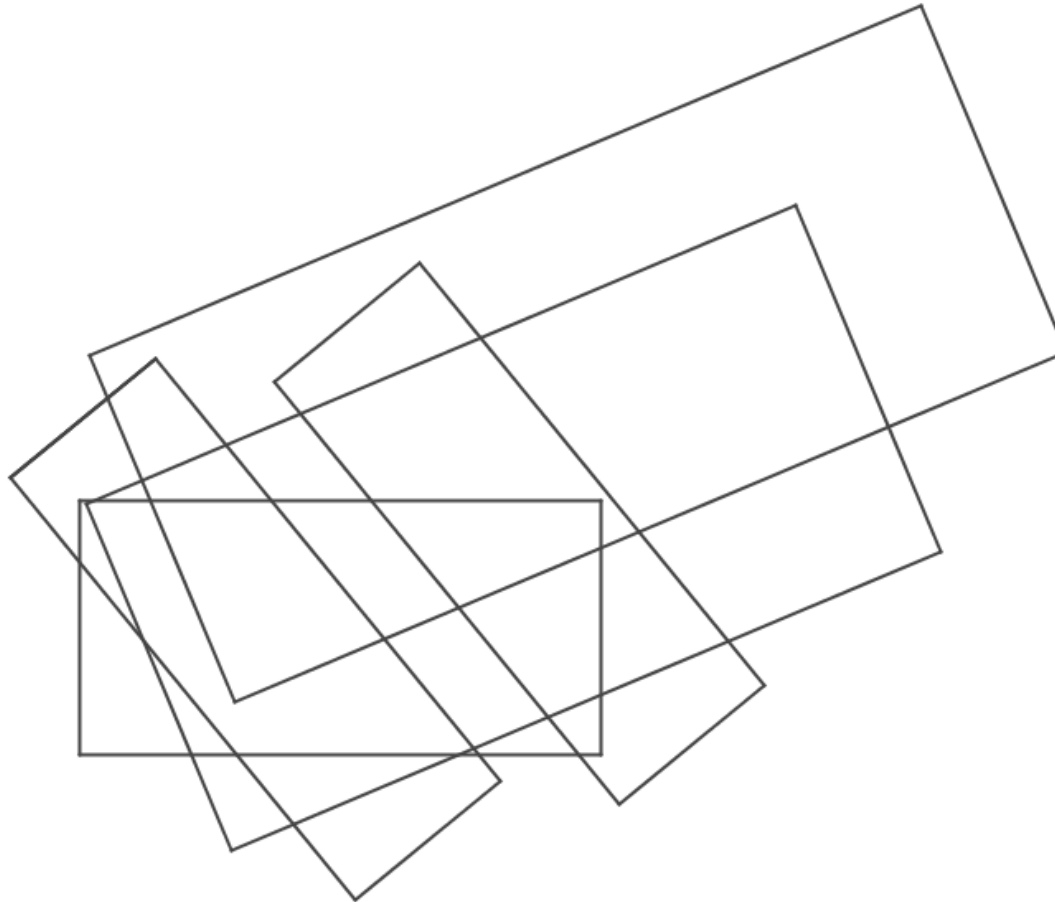
Carré ?  
Rectangle ?  
Les deux ?



# Semaine 2

vendredi

Carré ?  
Rectangle ?  
Les deux ?



# MATHS-QUIZZ

Triangle ?

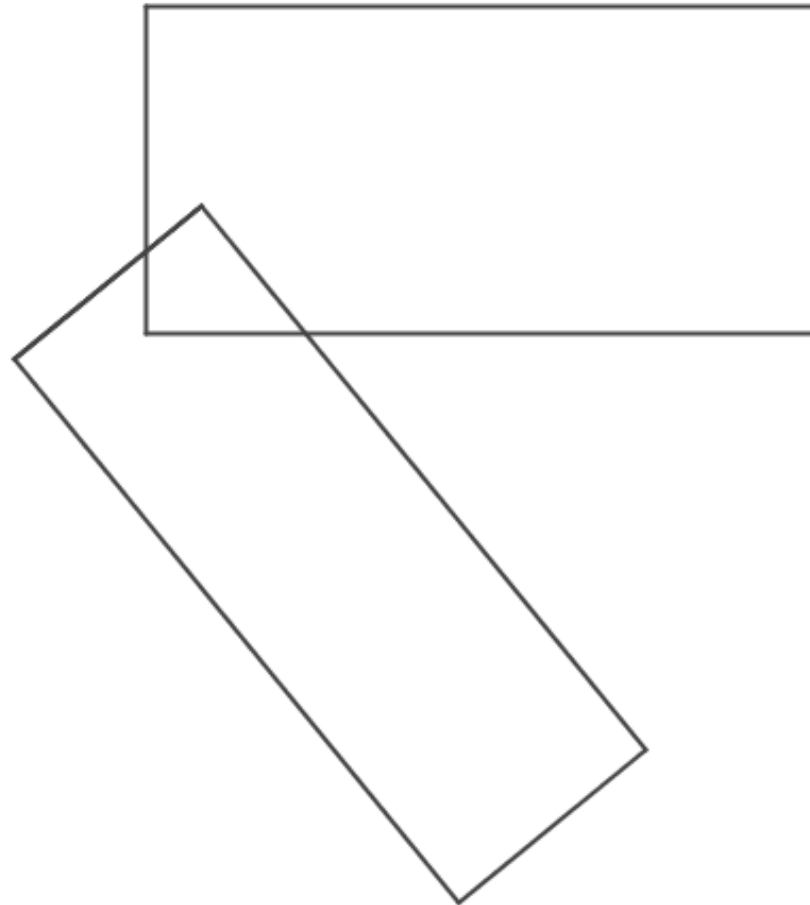
Rectangle ?

Les deux ?

# Semaine 3

lundi

Triangle ?  
Rectangle ?  
Les deux ?

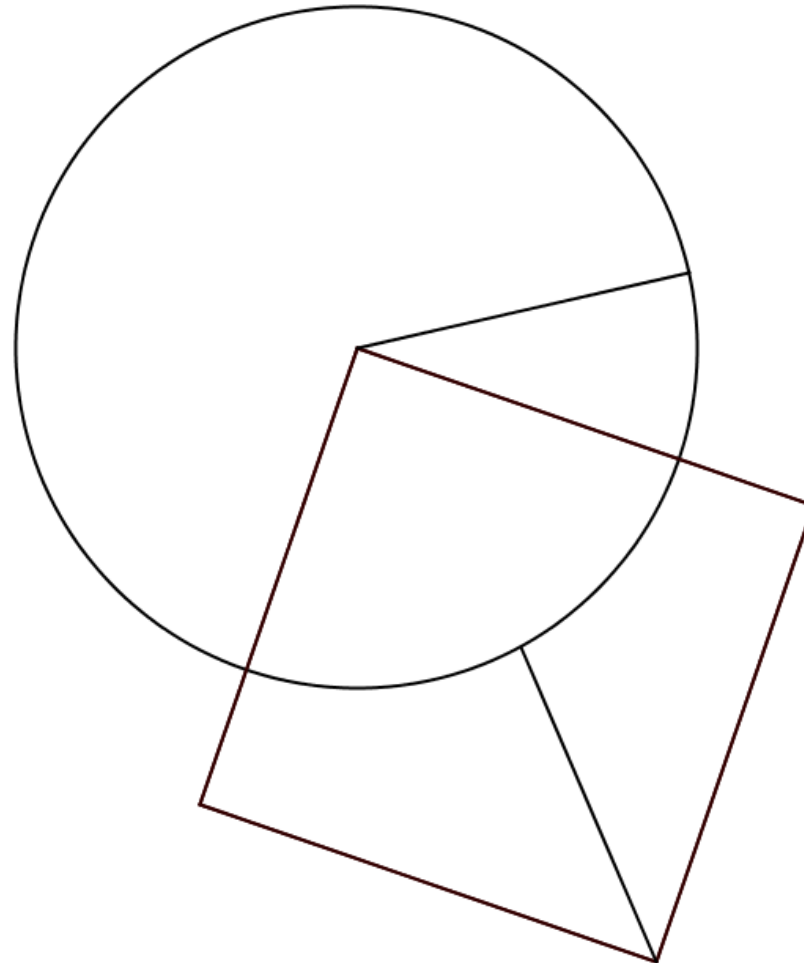




# Semaine 3

mardi

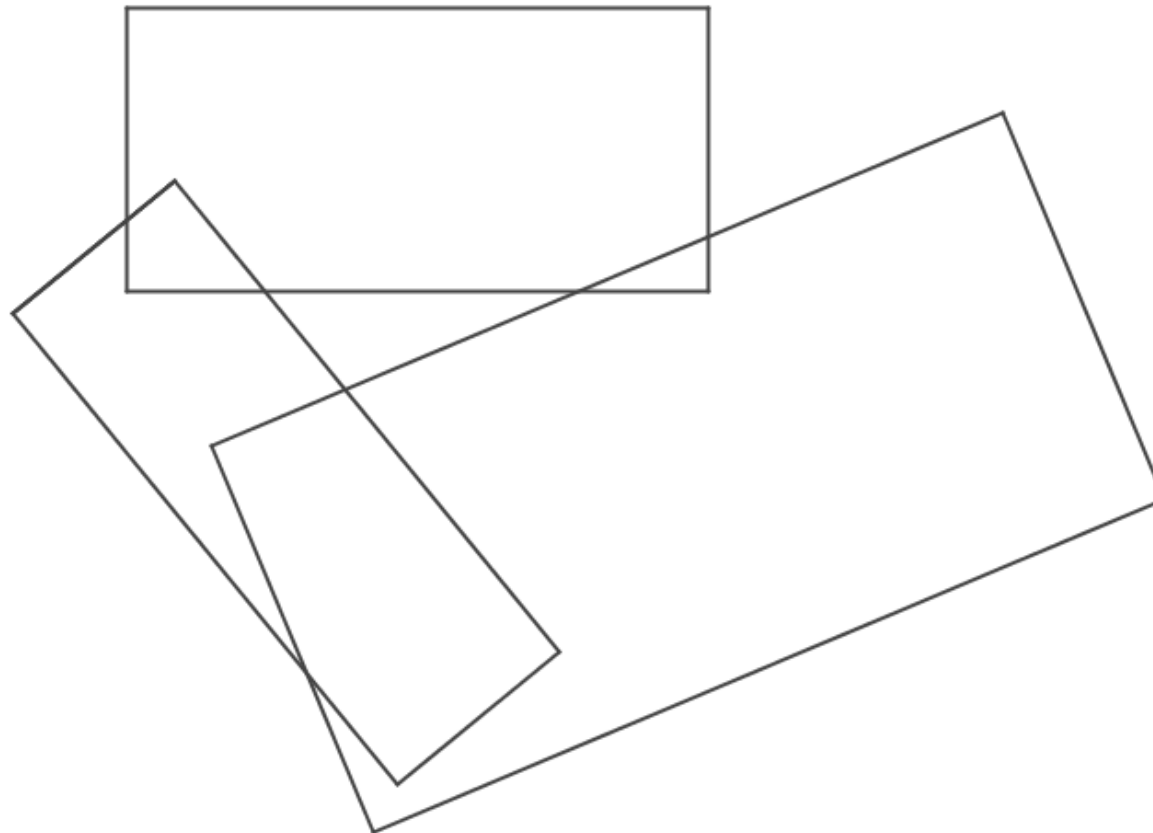
Triangle ?  
Rectangle ?  
Les deux ?



# Semaine 3

mercredi

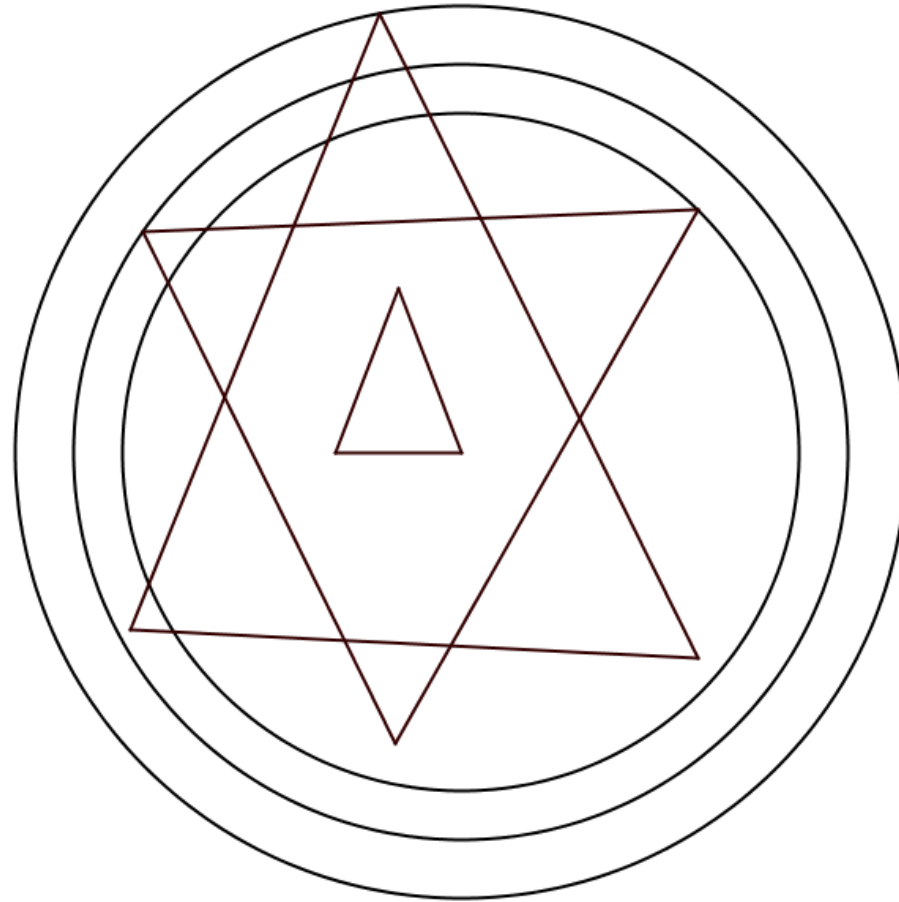
Triangle ?  
Rectangle ?  
Les deux ?



# Semaine 3

jeudi

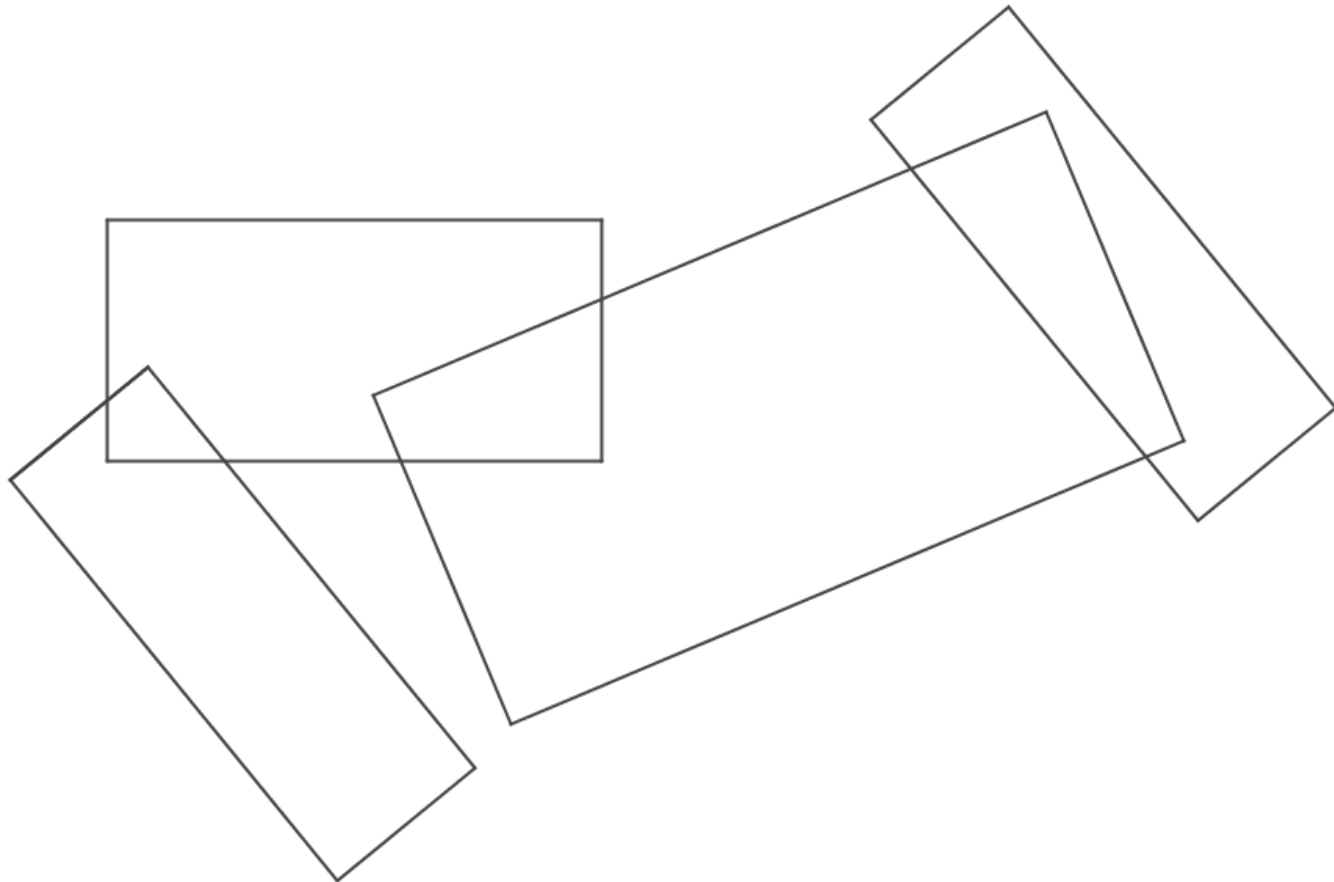
Triangle ?  
Rectangle ?  
Les deux ?



# Semaine 3

vendredi

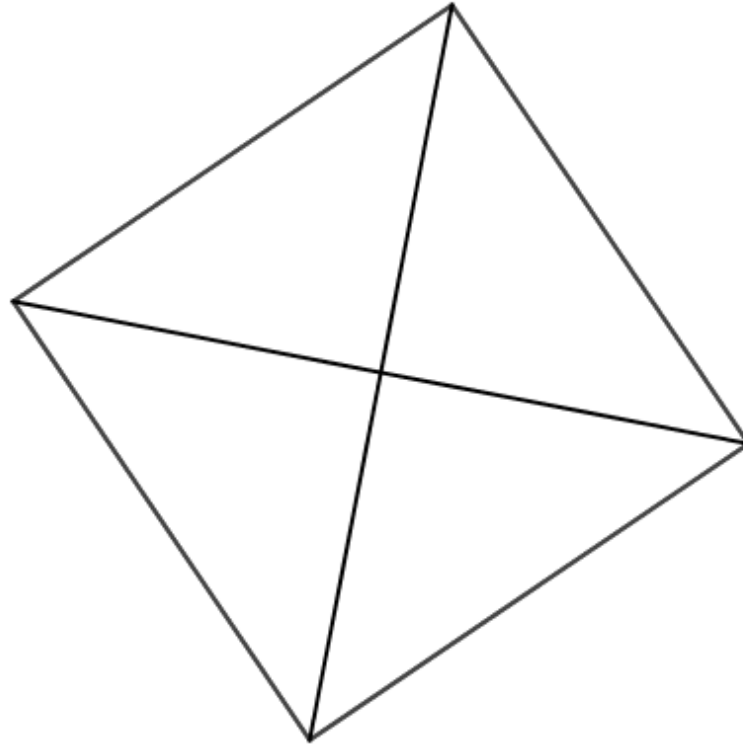
Triangle ?  
Rectangle ?  
Les deux ?



# Semaine 3

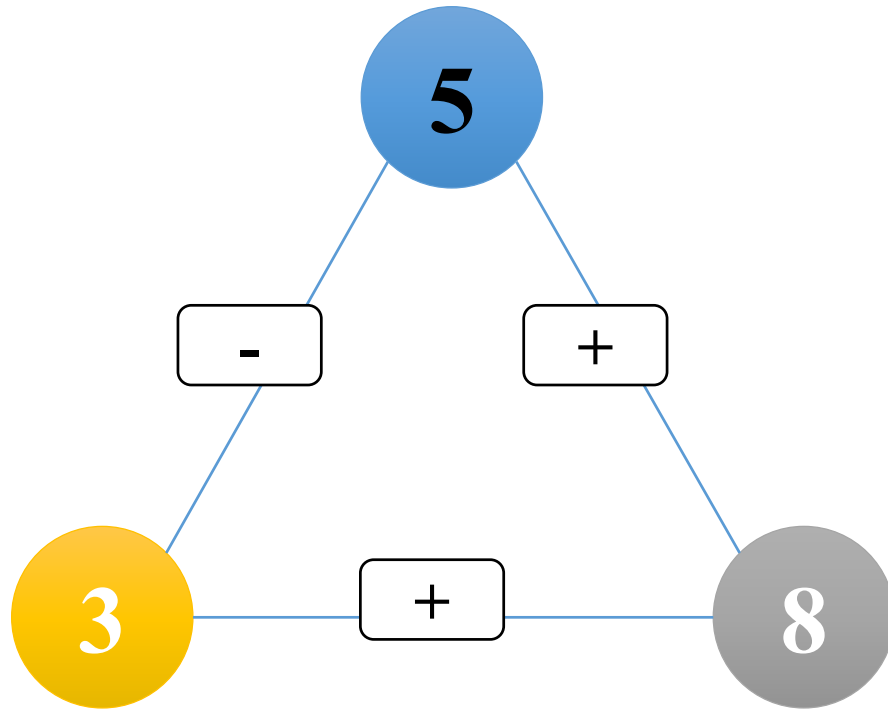
Bonus !

Triangle ?  
Rectangle ?  
Les deux ?



# S'entraîner à calculer rapidement

2h d'entraînement pour la semaine ?  
→ 8 fois  $\frac{1}{4}$  h sont préférables à 2 fois 1h



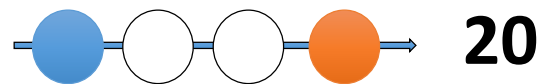
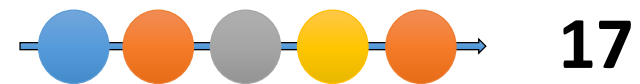
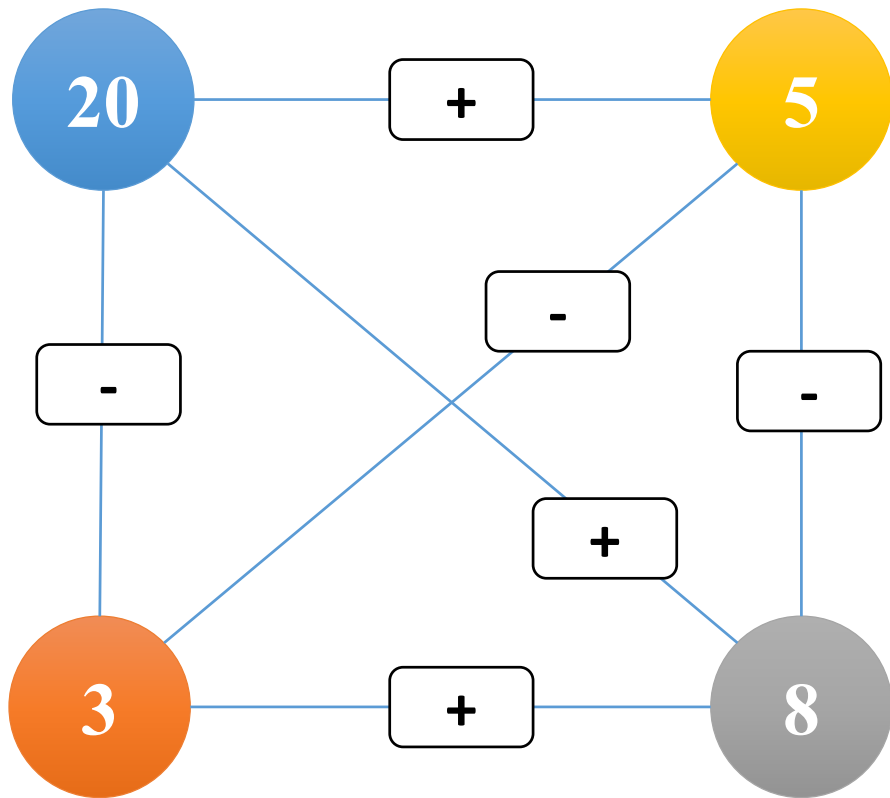
$\text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \rightarrow = 10$

$\text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \rightarrow = 11$

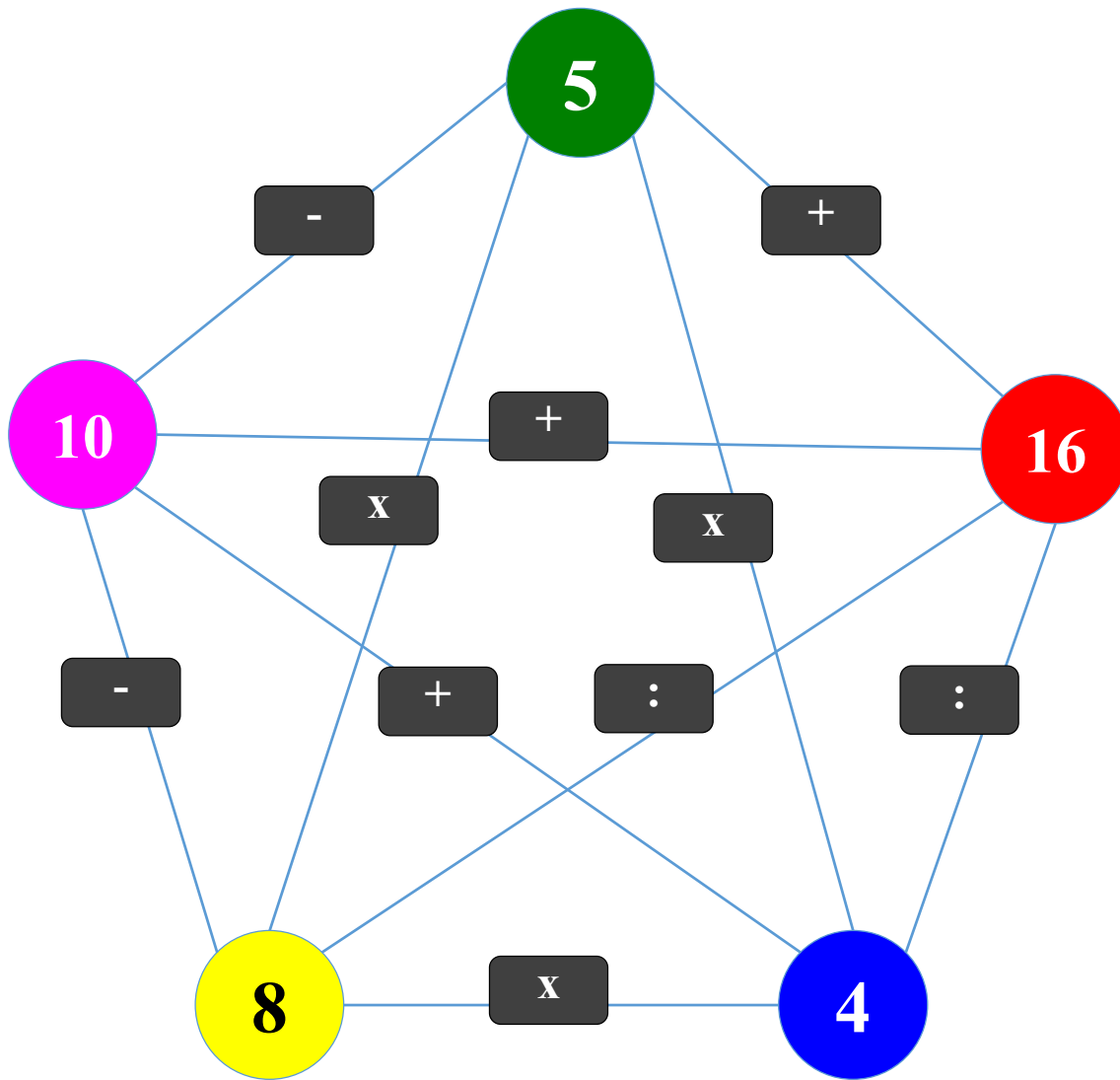
$\text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \rightarrow = 3$

$\text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \rightarrow 5 + 8 + 3 = 16$

$\text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \rightarrow 8 + 5 - 3 = 10$







● ● ● = ?

● ● ● = ?

● ● ● ● ● = ?

● ● ● ● ● ● = ?

# Des fractions sous toutes les formes

## Un exemple de rituel au cycle 3

### Liens avec les programmes :

Compétence visée : représenter

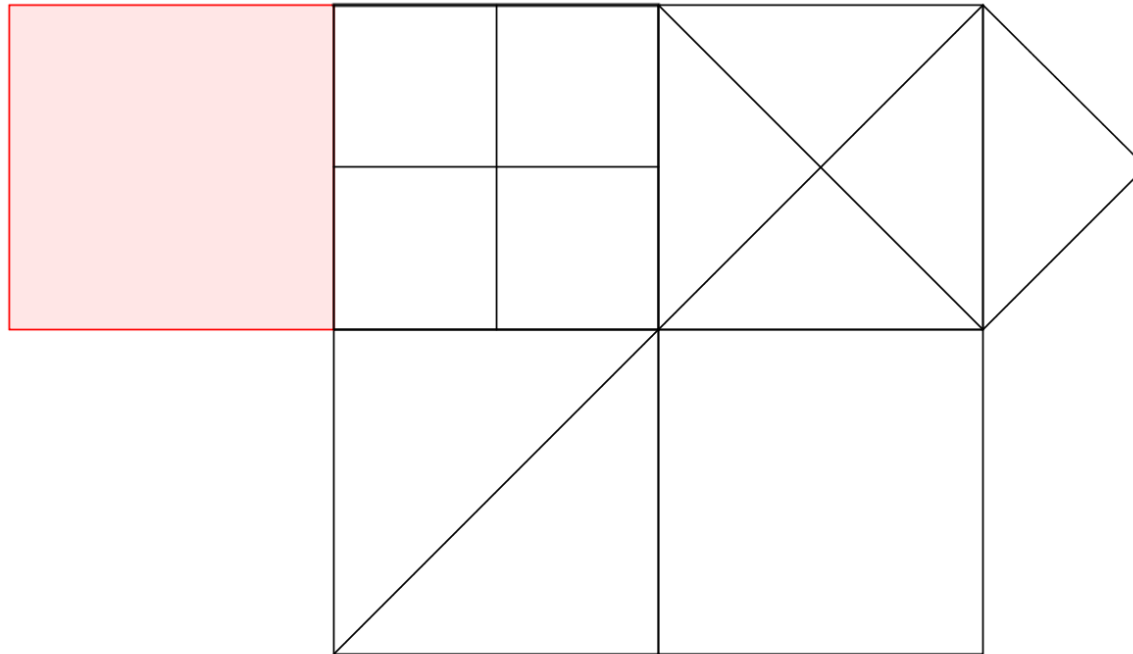
Compétence spécifique :

Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.

Domaines 1 et 5 du socle

# Semaine 1

Si l'aire du carré rouge vaut 1...

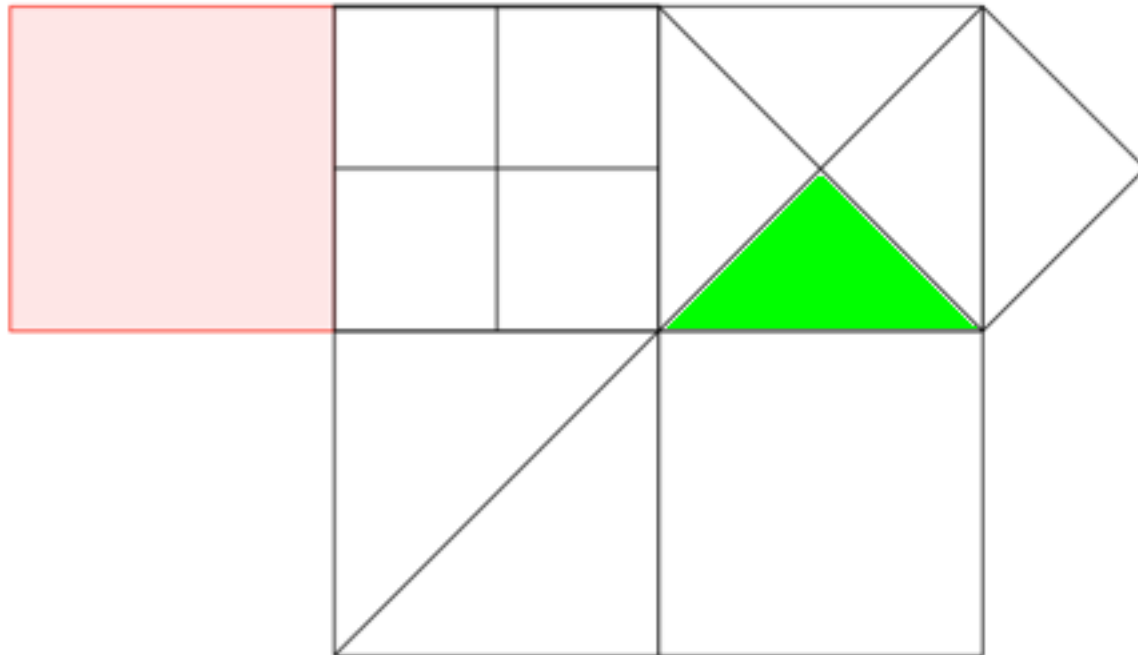


# Semaine 1

lundi

Si l'aire du carré rouge vaut 1...

Alors quelle est l'aire de la surface verte ?

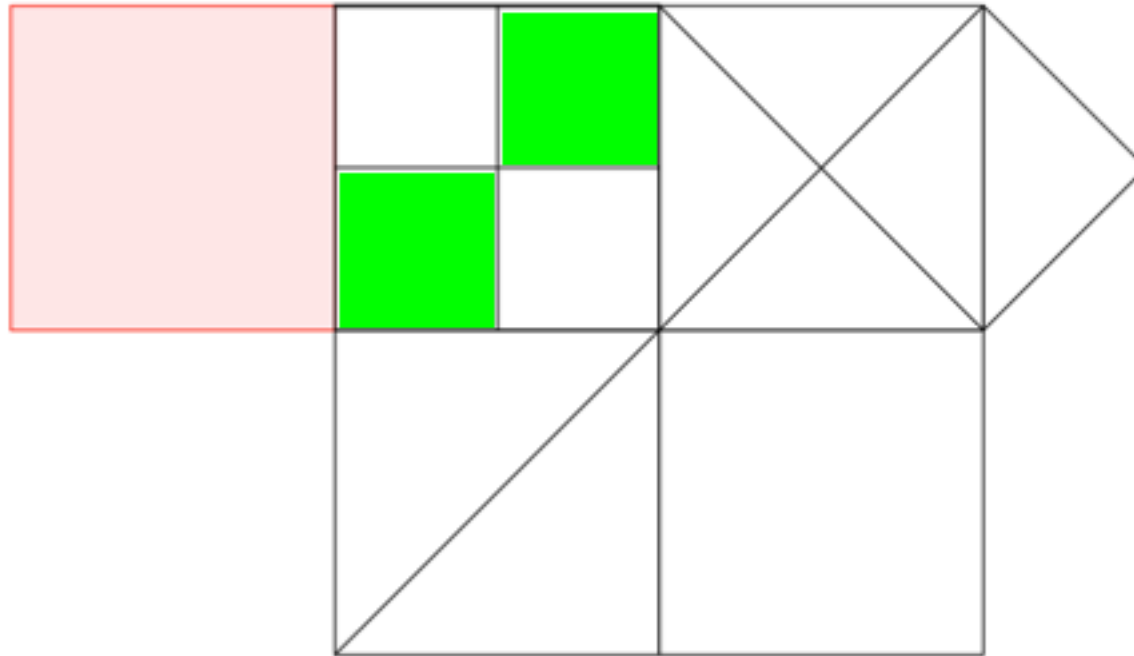


# Semaine 1

mardi

Si l'aire du carré rouge vaut 1...

Alors quelle est l'aire de la surface verte ?

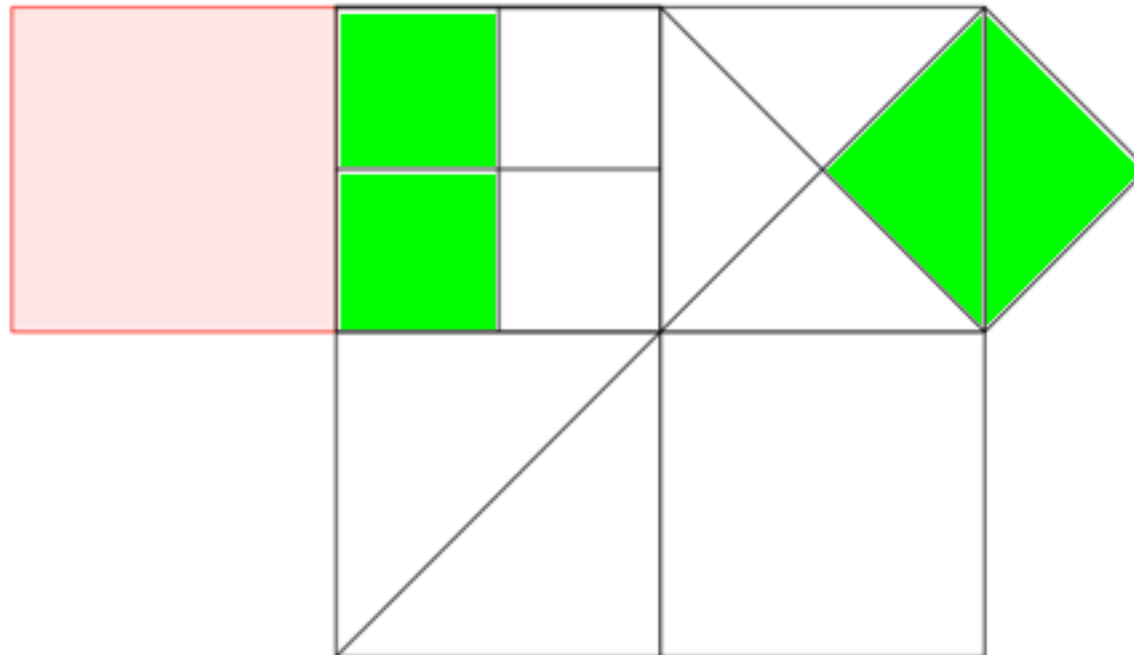


# Semaine 1

mercredi

Si l'aire du carré rouge vaut 1...

Alors quelle est l'aire de la surface verte ?

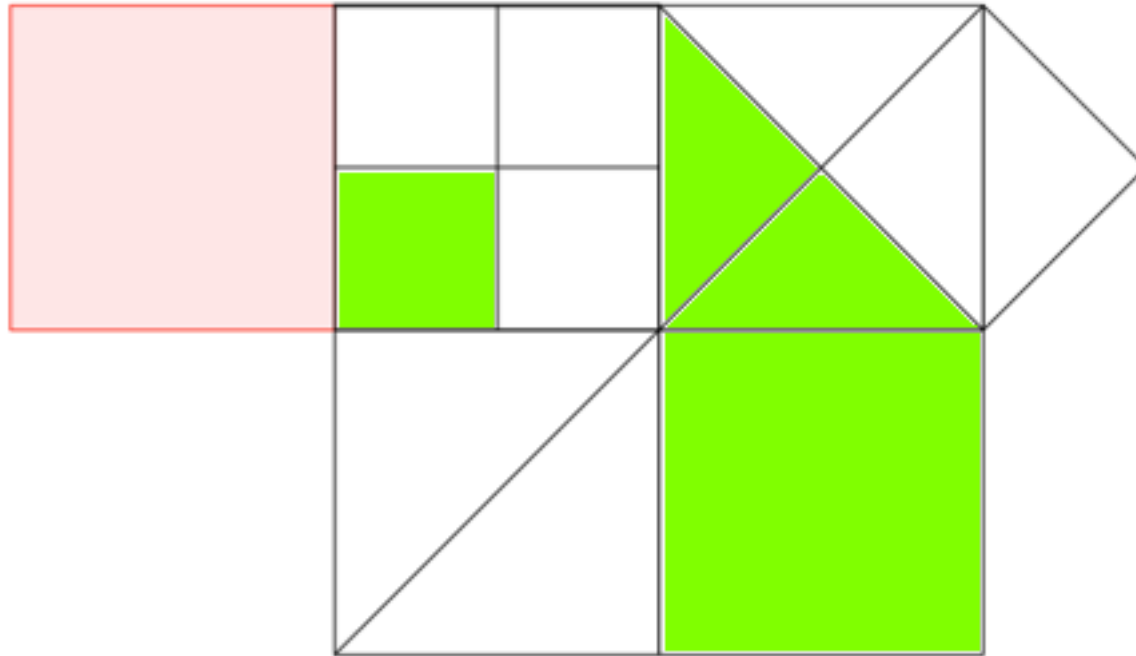


# Semaine 1

jeudi

Si l'aire du carré rouge vaut 1...

Alors quelle est l'aire de la surface verte ?

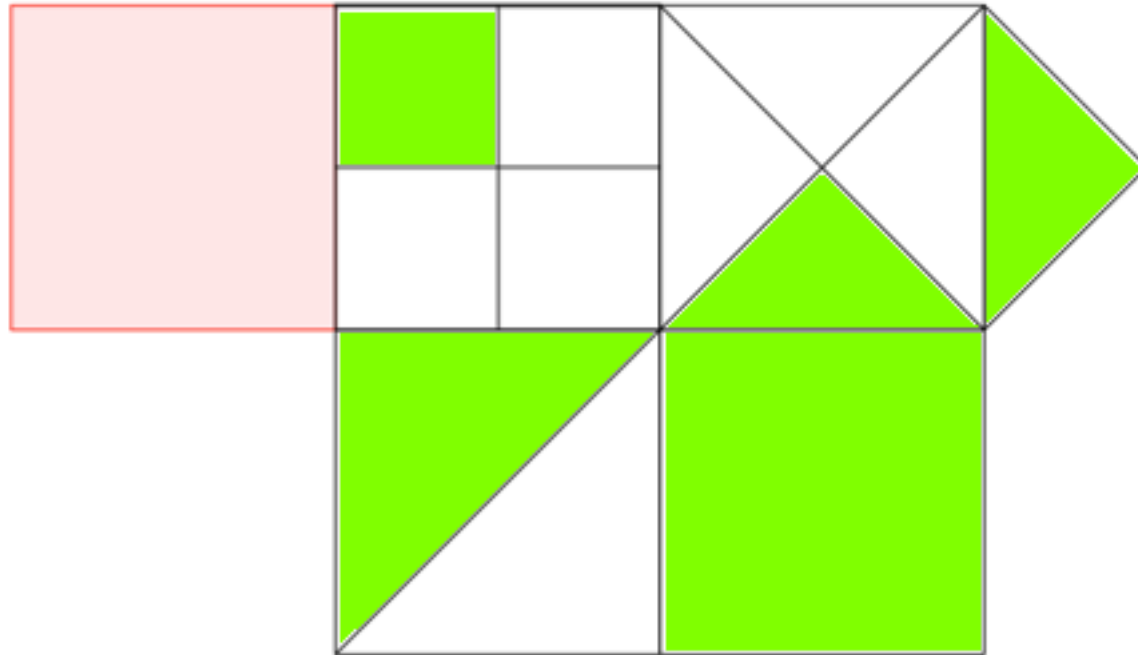


# Semaine 1

vendredi

Si l'aire du carré rouge vaut 1...

Alors quelle est l'aire de la surface verte ?



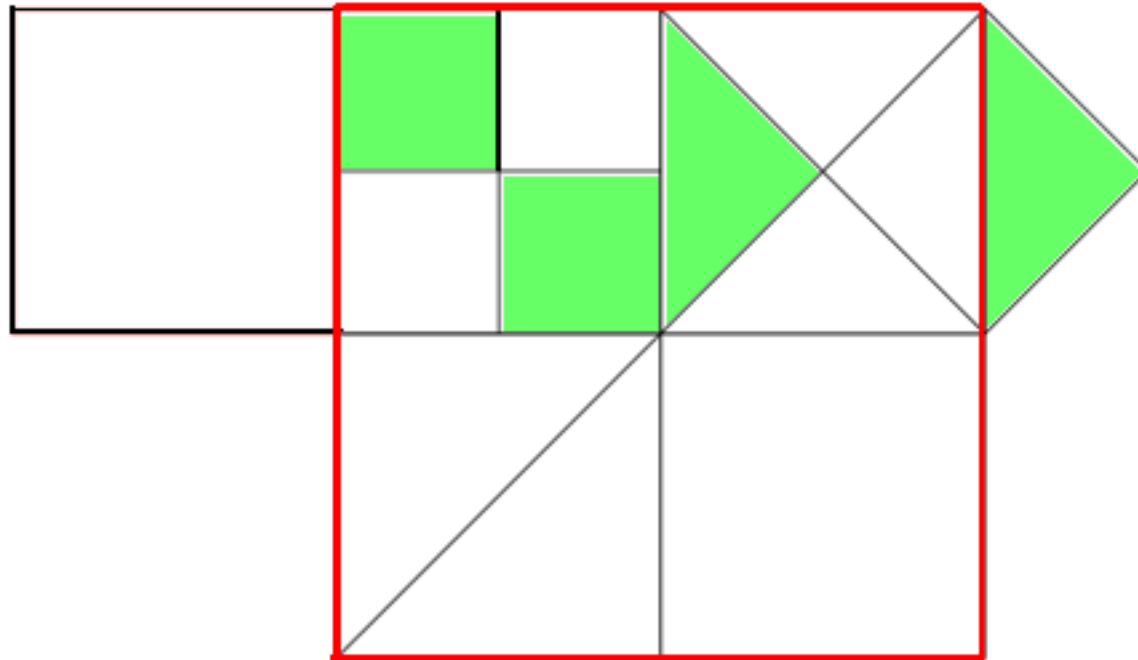


# Semaine 1

Bonus !

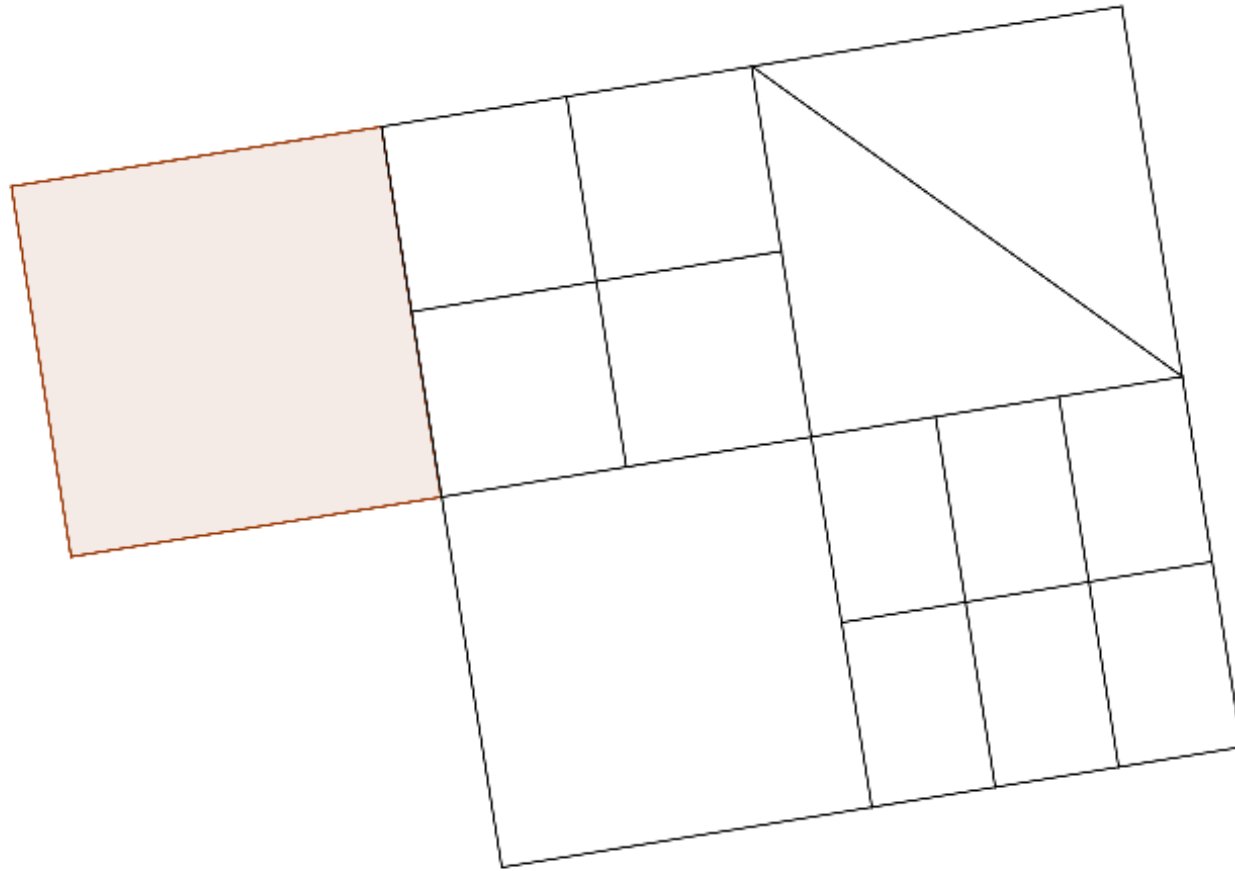
Si l'aire du carré rouge vaut 1...

Alors quelle est l'aire de la surface verte ?



## Semaine 2

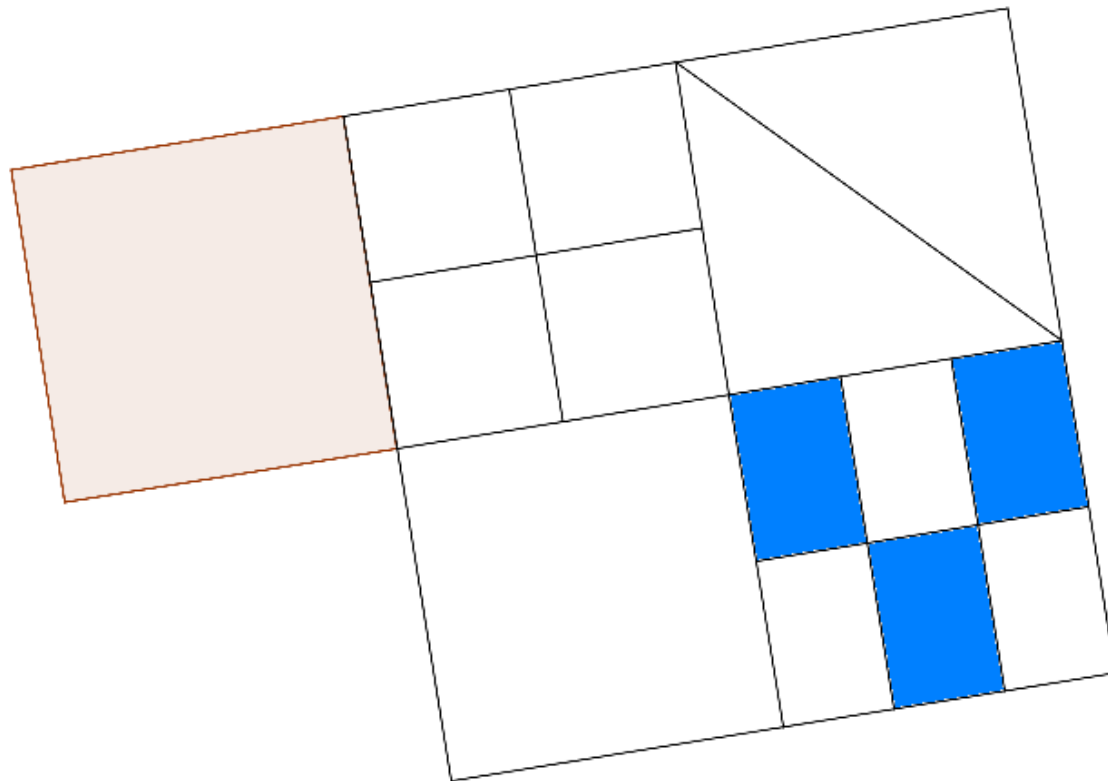
Si l'aire du carré rouge vaut 1...



# Semaine 2

lundi

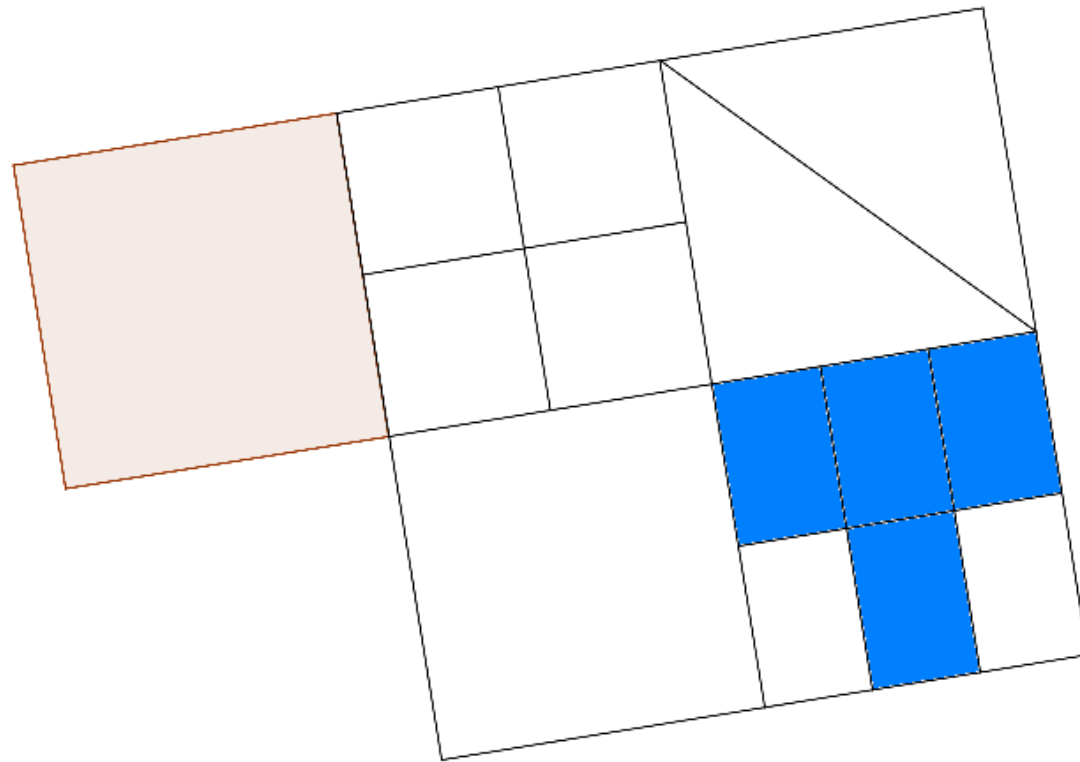
Si l'aire du carré rouge vaut 1...  
Alors quelle est l'aire de la surface bleue ?



# Semaine 2

mardi

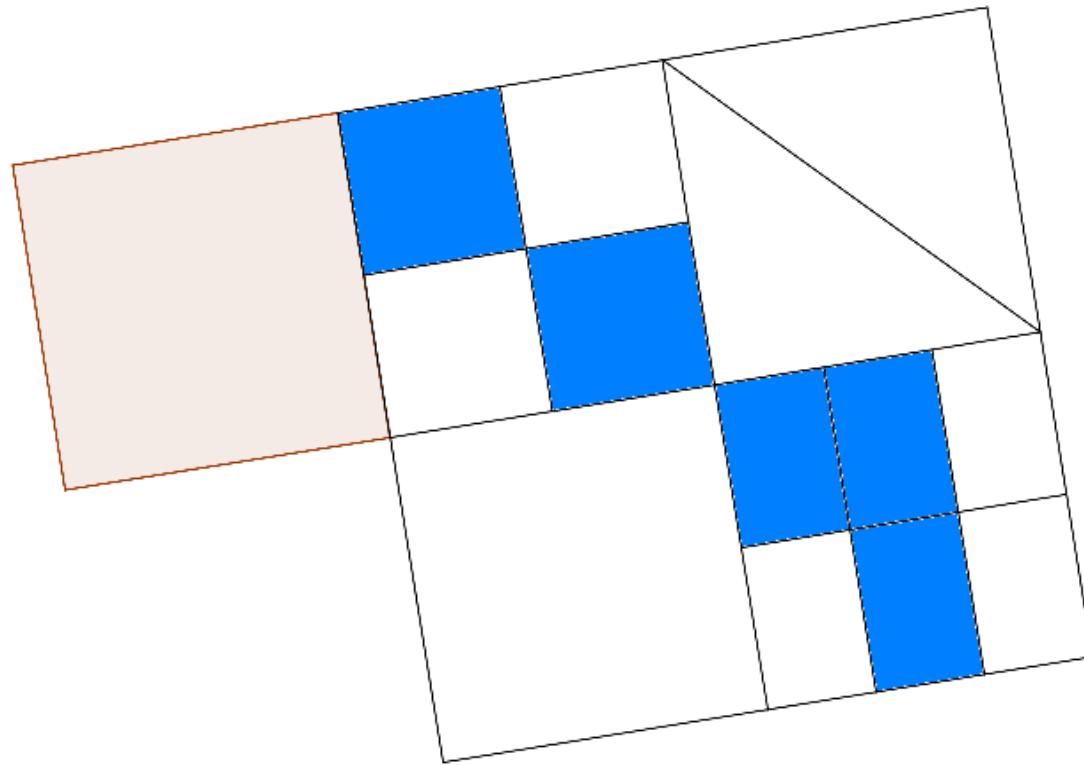
Si l'aire du carré rouge vaut 1...  
Alors quelle est l'aire de la surface bleue ?



# Semaine 2

mercredi

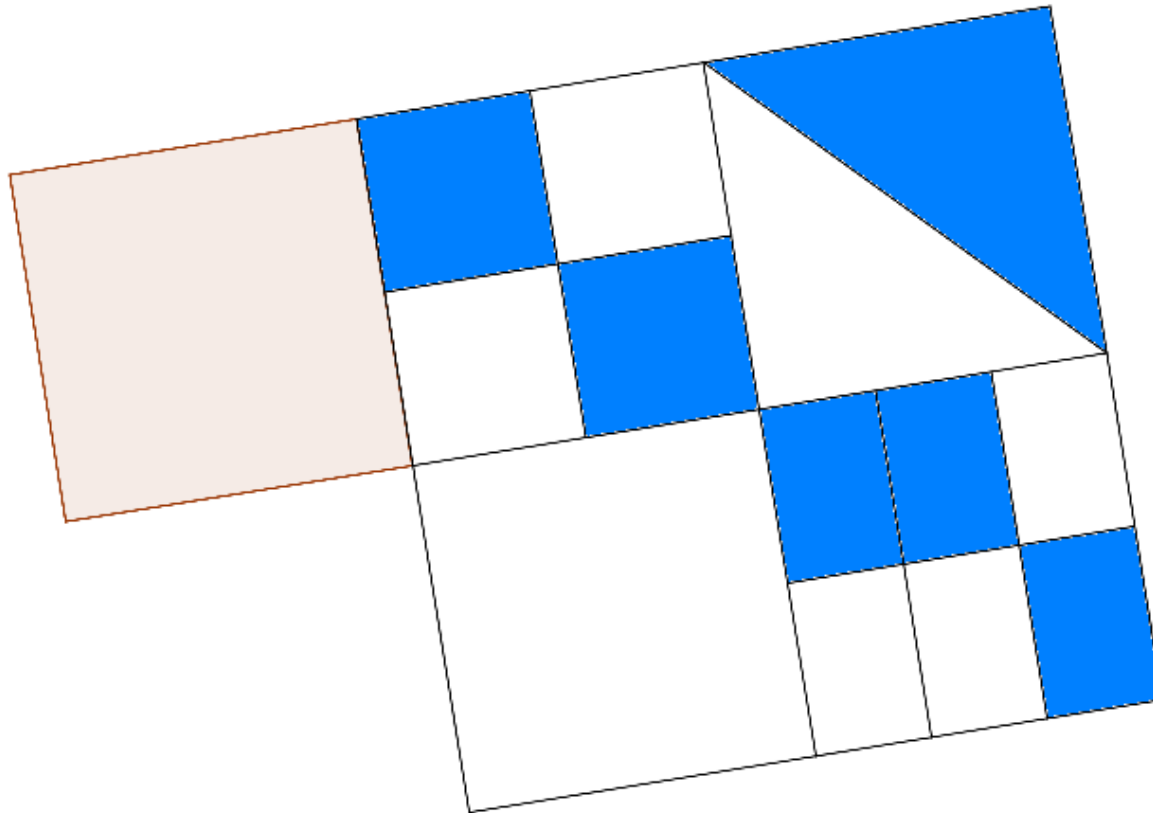
Si l'aire du carré rouge vaut 1...  
Alors quelle est l'aire de la surface bleue ?



## Semaine 2

jeudi

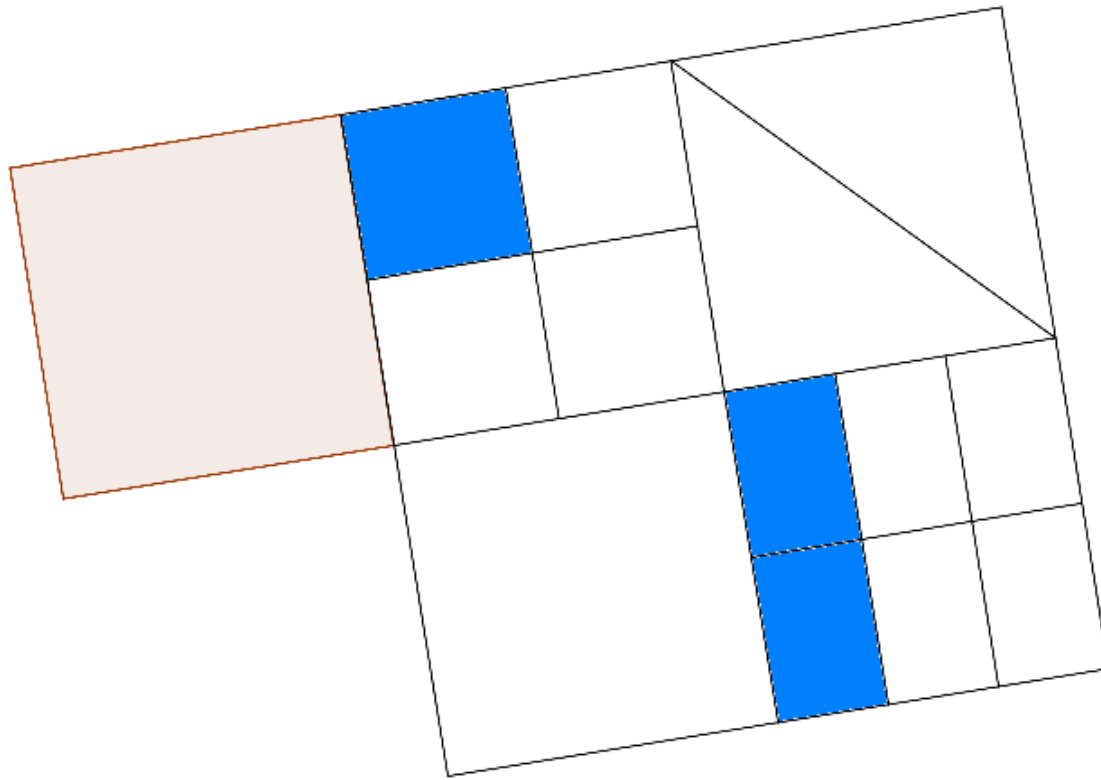
Si l'aire du carré rouge vaut 1...  
Alors quelle est l'aire de la surface bleue ?



## Semaine 2

vendredi

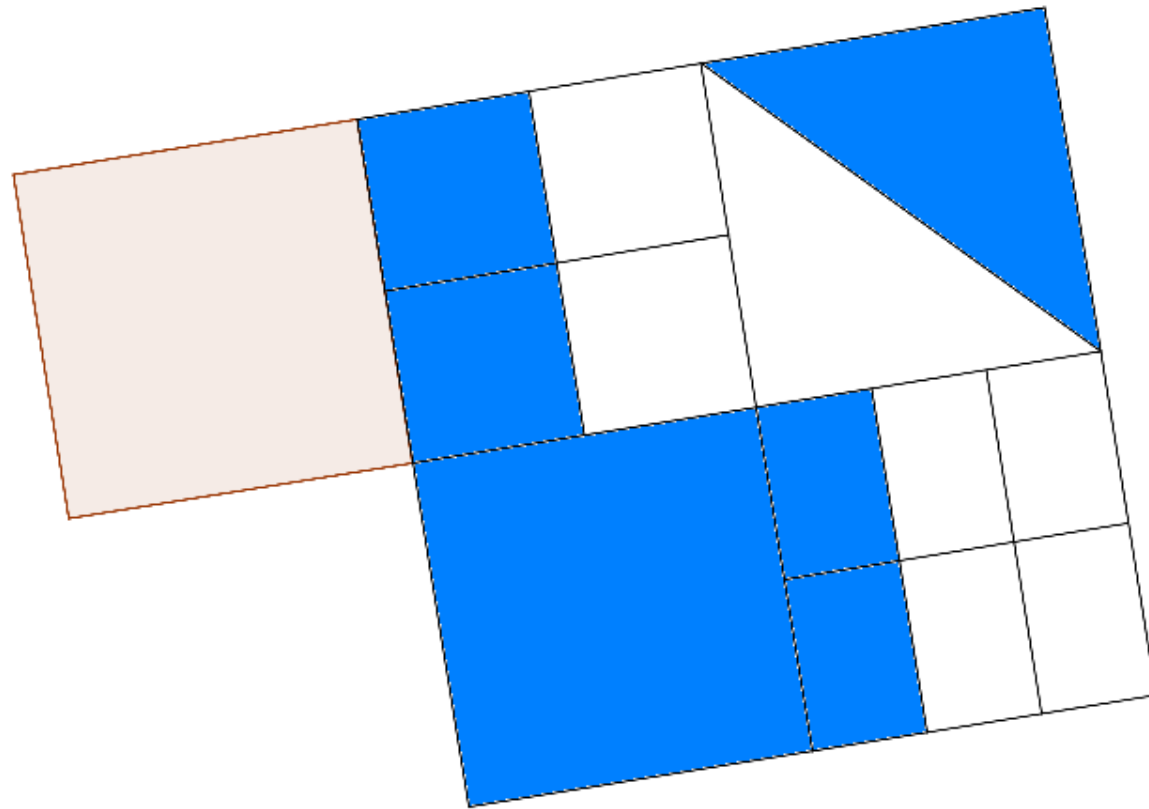
Si l'aire du carré rouge vaut 1...  
Alors quelle est l'aire de la surface bleue ?



## Semaine 2

Bonus !

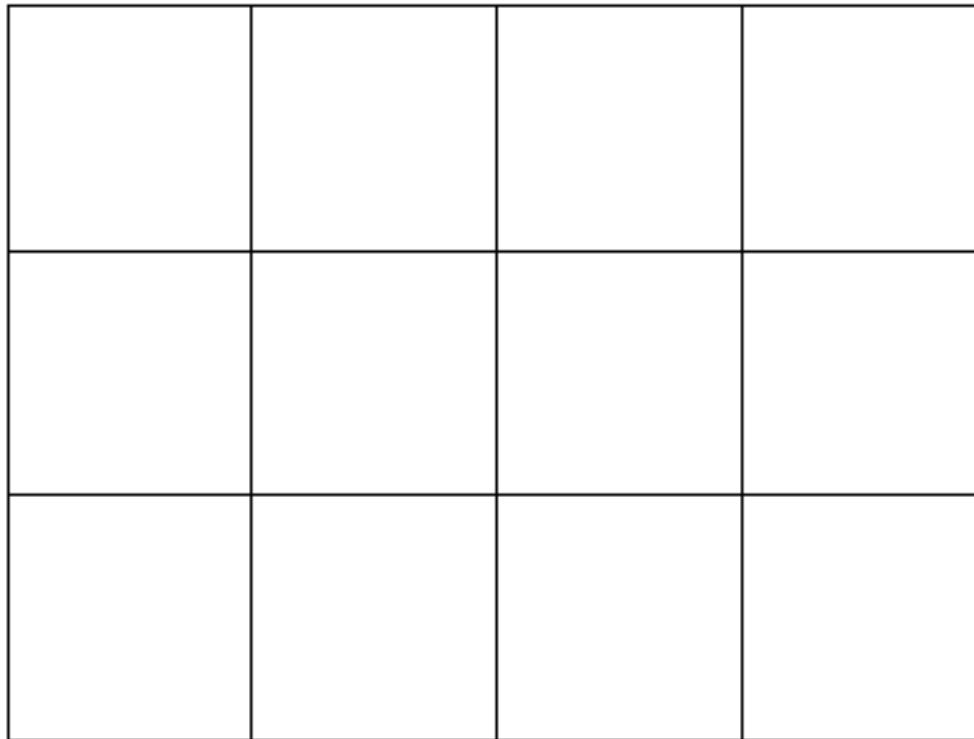
Si l'aire du carré rouge vaut 1...  
Alors quelle est l'aire de la surface bleue ?





# Semaine 3

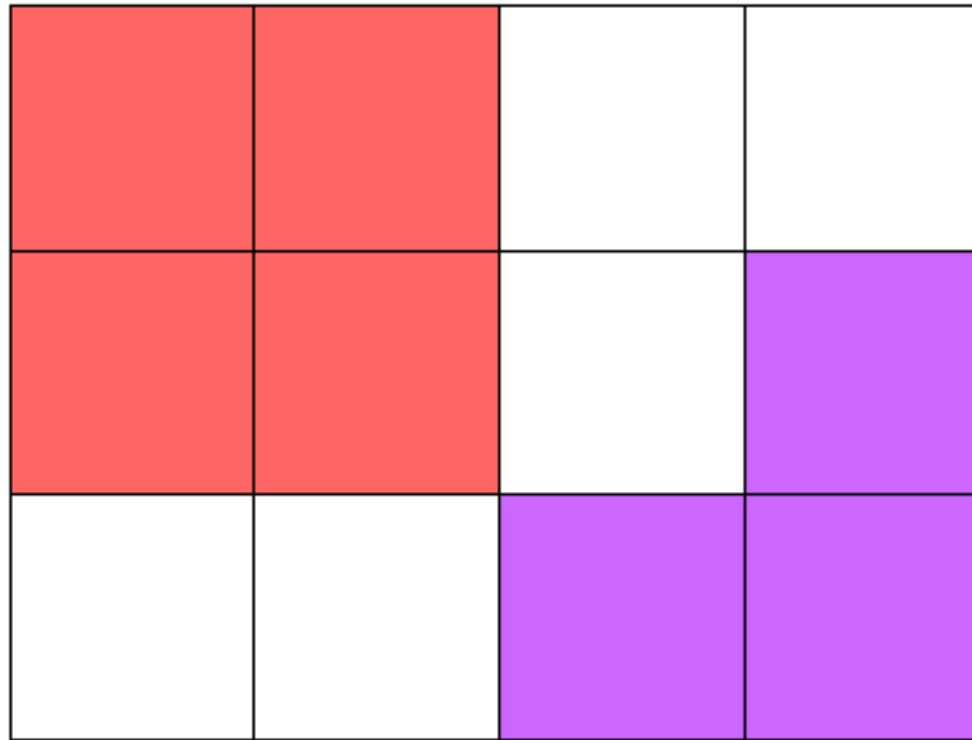
Si l'aire de la surface rouge vaut 1...



# Semaine 3

lundi

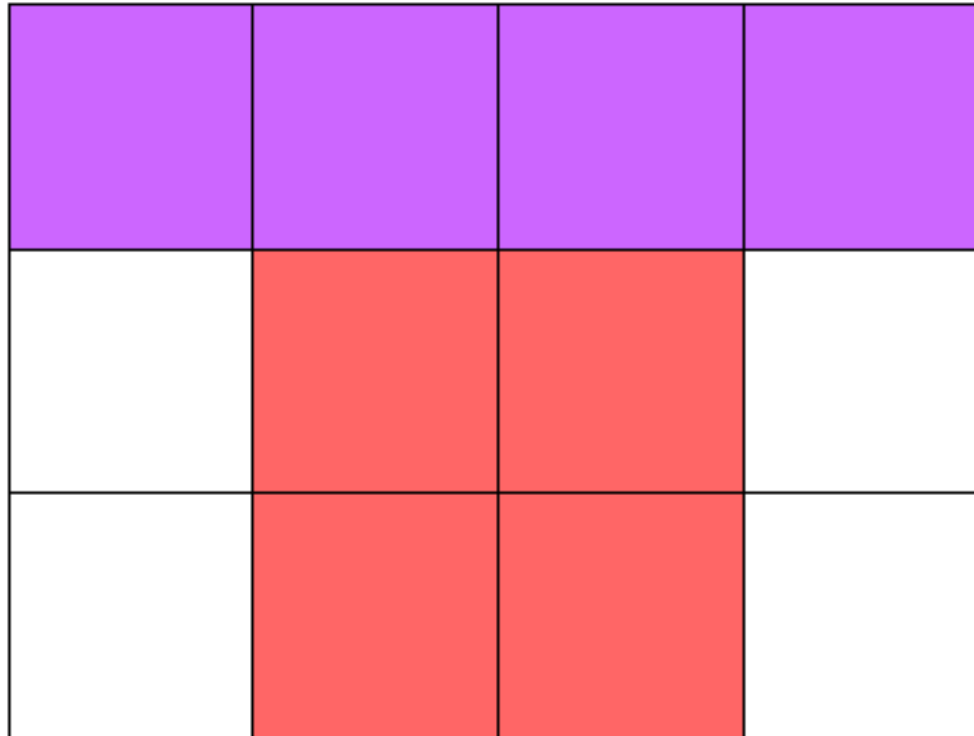
Si l'aire de la surface rouge vaut 1...  
Alors quelle est l'aire de la surface violette ?



# Semaine 3

mardi

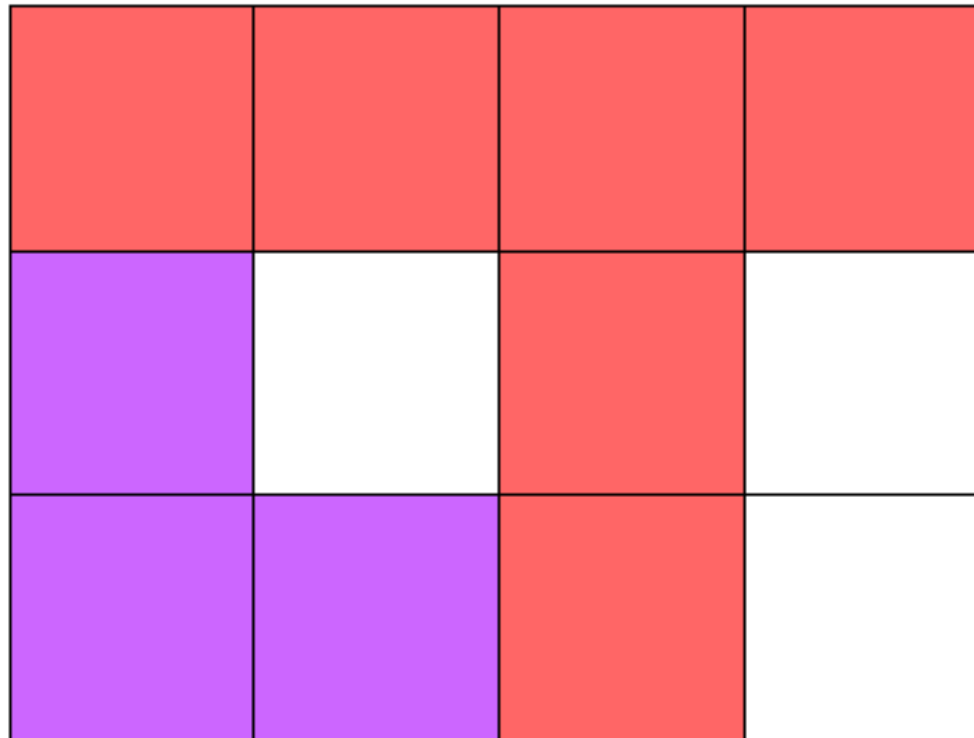
Si l'aire de la surface rouge vaut 1...  
Alors quelle est l'aire de la surface violette ?



# Semaine 3

mercredi

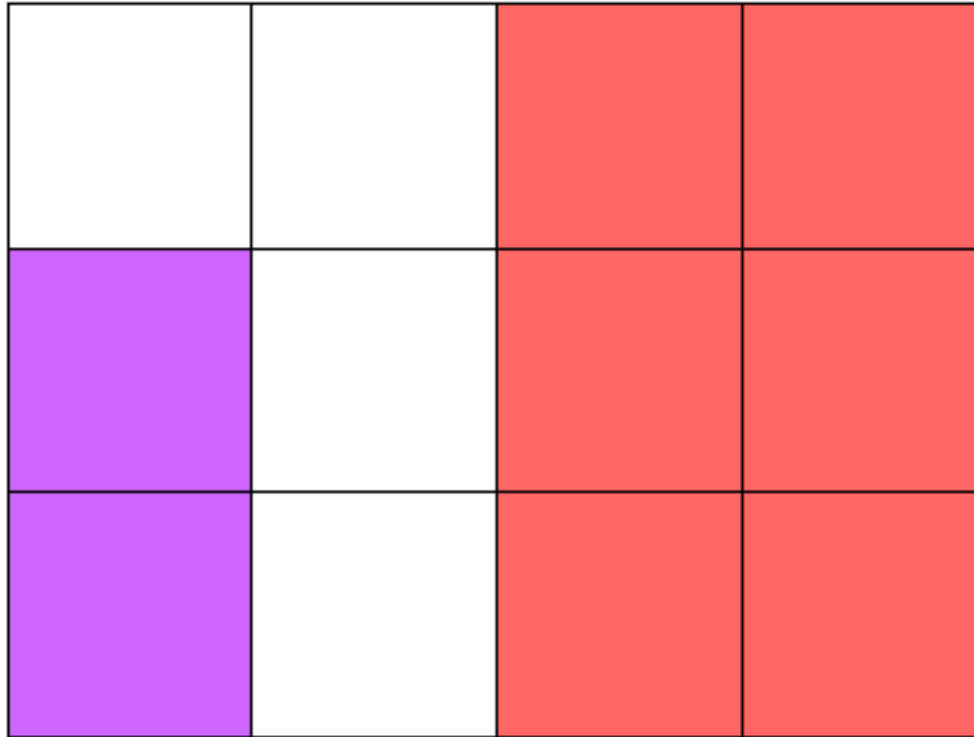
Si l'aire de la surface rouge vaut 1...  
Alors quelle est l'aire de la surface violette ?



# Semaine 3

jeudi

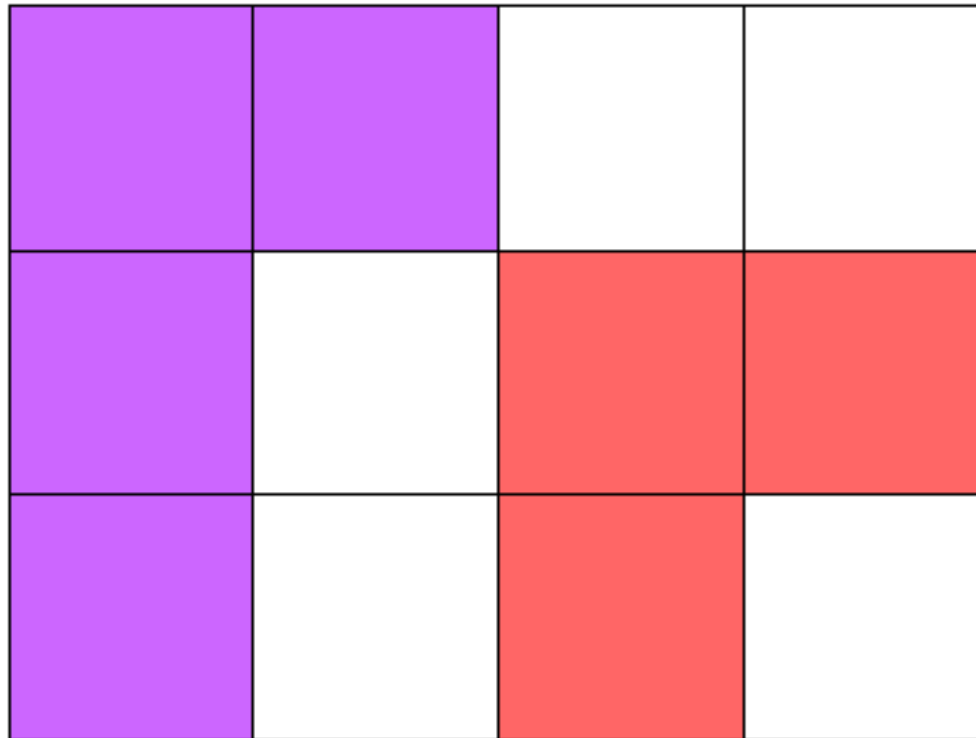
Si l'aire de la surface rouge vaut 1...  
Alors quelle est l'aire de la surface violette ?



# Semaine 3

vendredi

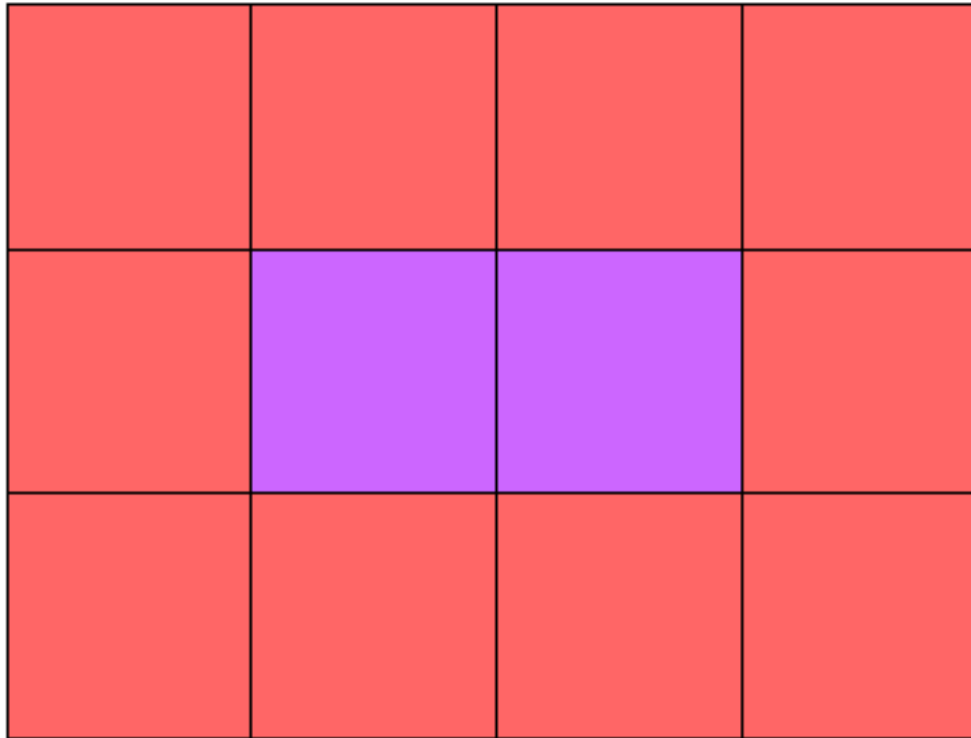
Si l'aire de la surface rouge vaut 1...  
Alors quelle est l'aire de la surface violette ?



## Semaine 3

Bonus !

Si l'aire de la surface rouge vaut 1...  
Alors quelle est l'aire de la surface violette ?



## La clef n° 4 : RACONTER

- des facilitateurs d'apprentissage
- mettre en lien les connaissances
- utiliser le schéma narratif



## Catalyseurs

Contexte ludique  
Collaboration  
Plaisir  
Autonomie

## Tutelles

Maintien de l'attention  
Enrôlement,  
motivation

**Mais...**

Problématiser

Contextualiser

Puis modéliser

**Complexité**

**Effets de  
brouillage**

**Changer de  
registre**

# Quelques arguments pour la mise en histoires des mathématiques

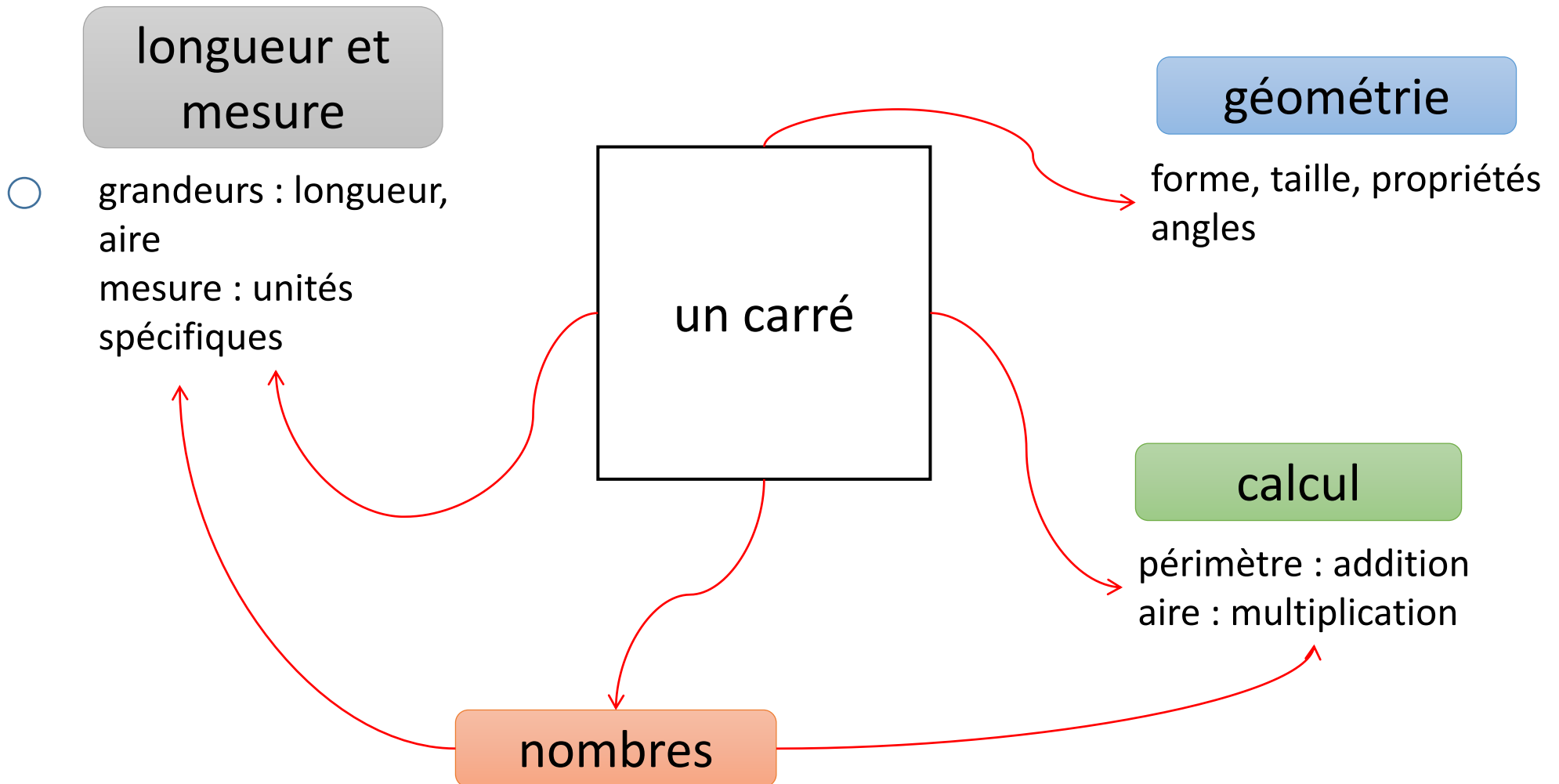
Maintien de  
l'attention

Motivation

Plaisir

Quête, jeu

Chaque concept mathématique fait appel à de nombreux savoirs entre lesquels l'élève doit apprendre à construire des liens.



# Des mathématiques en histoires

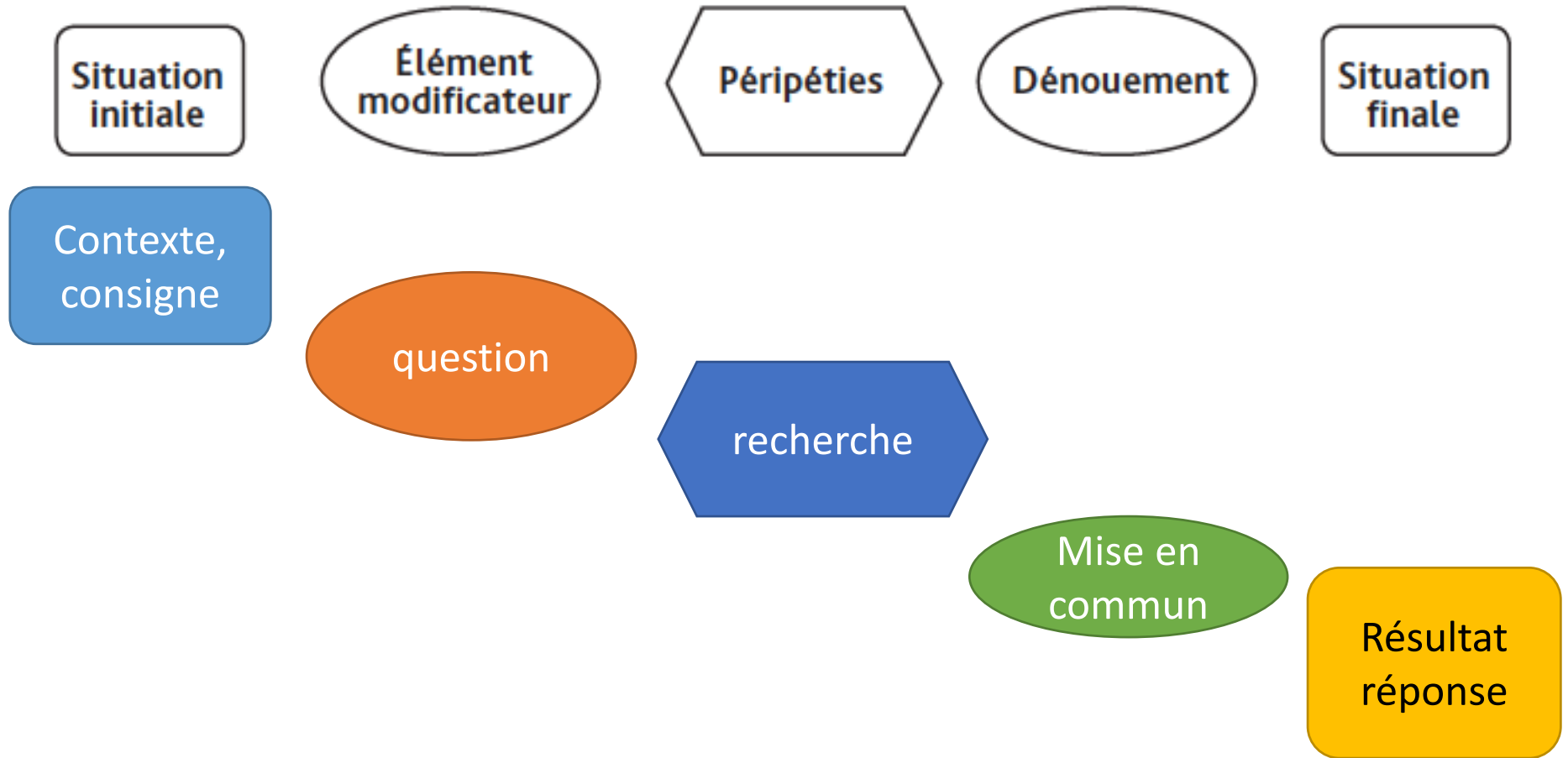
Mettre en lien les connaissances grâce à :

- des personnages,
- des environnements,
- des enquêtes et défis.

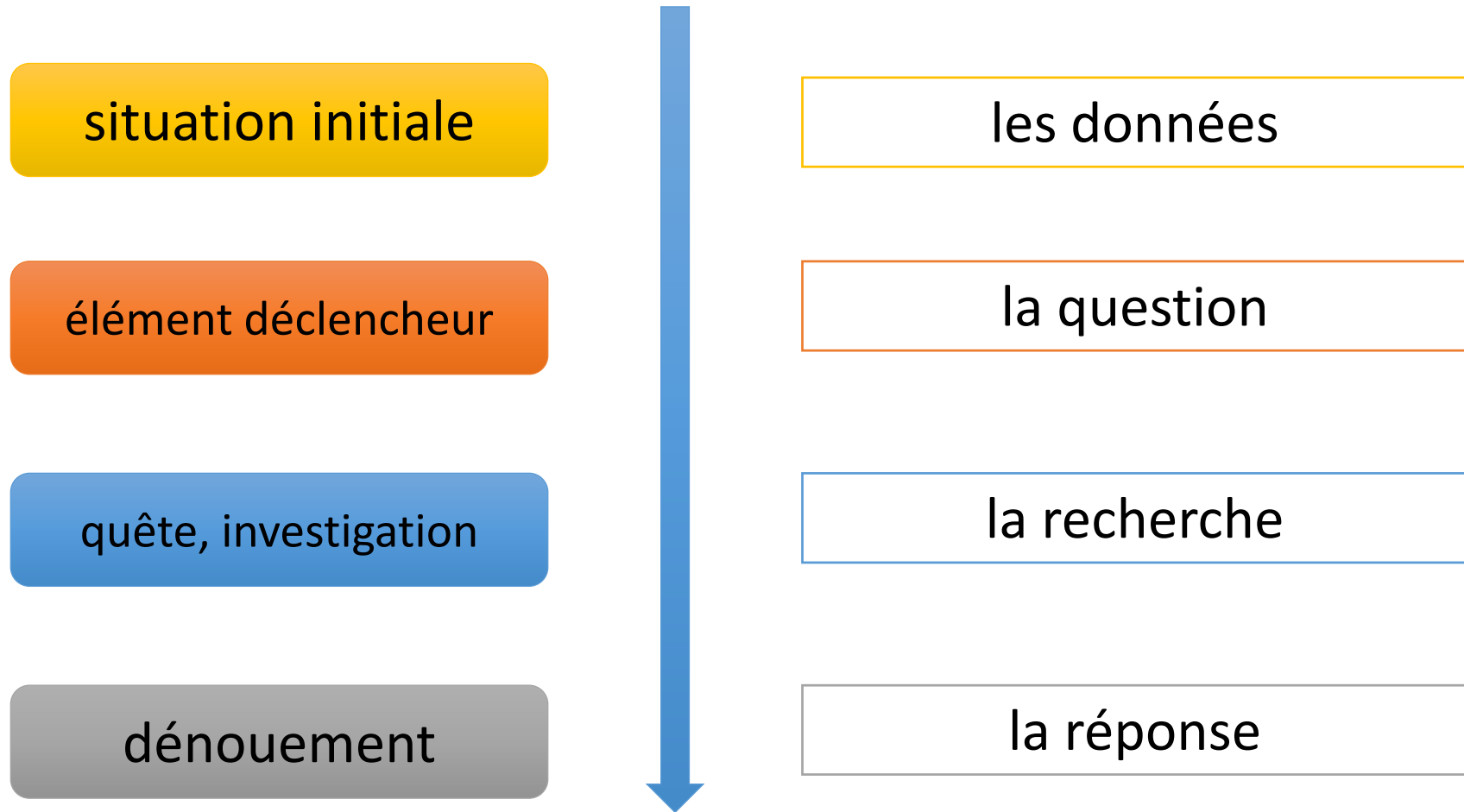
Montrer la diversité :

- des procédures
- des contextes
- des problèmes

De la structure du récit à la démarche de résolution de problèmes : quelques similitudes intéressantes.



# Structure du récit et résolution de problème : des ressemblances troublantes...



# ÉNIGME 1





## ÉNIGME 2

PLUS TARD ...



Voici le détail de mes commandes.

Sachant que j'ai déjà fabriqué 320 glaives.

21 SOLDATS  
4 GLAIVES CHACUN

160 SOLDATS  
1 GLAIVE POUR 4

6 PAQUETS  
DE  
13 GLAIVES

$2 + 15 + 15 + 19 + 6$   
GLAIVES

6 PAQUETS  
DE 10 GLAIVES



# **4 CLEFS**

pour enseigner et apprendre en  
mathématiques

**conclusion**

# Assurer des conditions de réussite

Créer des environnements apaisants :

ingrédients

l'action

le plaisir

le jeu

la répétition

supports

l'enquête

la narration

l'énigme

le rituel

**Et n'oublions pas qu'en travaillant pour l'individu, en développant ses capacités, son originalité, en mettant en valeur ses forces et ses richesses latentes, nous travaillons aussi, et peut être surtout, pour la société.**

**Edouard Claparède, 1920,  
*L'école sur mesure*, p.44**



**merci de votre attention**  
**et de votre participation !**

**thierry.dias@hepl.ch**



# Enseigner les mathématiques à l'école

Une démarche positive pour des apprentissages réussis



infos complémentaires, appuis pédagogiques et didactiques, idées de recherches :

